

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОСНОВАМ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением  
по естественнонаучному образованию в качестве  
пособия для студентов учреждения высшего образования,  
обучающихся по специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)»,  
направления специальности 1-31 04 01-07 «Физика (энергофизика)»,  
1-31 04 01-05 «Физика (ядерные физика и технологии)»*

УДК 536.2(076.8)(076.5)  
ББК 22.365я73-4  
Л12

А в т о р ы :  
**Н. А. Карбалеви́ч, Г. М. Волохов,**  
**А. В. Мазани́к, А. К. Федото́в**

Рецензенты:  
доктор физико-математических наук, профессор *В. Г. Баи́товой*;  
кандидат физико-математических наук, доцент *И. А. Солоду́хин*

**Лабораторный** практикум по основам тепло- и массопере-  
Л12 носа : пособие / Н. А. Карбалеви́ч [и др.]. — Минск : БГУ, 2014. —  
159 с. : ил.

ISBN 978-985-566-048-5.

Рассмотрены основные принципы экспериментальных исследований процессов переноса массы, энергии, количества движения, определения температуры, коэффициентов теплопроводности и температуропроводности, коэффициентов конвективного теплообмена поверхностей с воздухом и радиационного теплообмена поверхностей, коэффициентов диффузии и вязкости жидких сред.

Предназначено для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)», направления специальности 1-31 04 01-07 «Физика (энергофизика)», 1-31 04 01-05 «Физика (ядерная физика и технологии)».

**УДК 536.2(076.8)(076.5)**  
**ББК 22.365я73-4**

**ISBN 978-985-566-048-5**

© БГУ, 2014

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Отсутствие в Республике Беларусь в достаточном количестве собственных энергоресурсов, жесткие экологические требования, а также наличие большого потенциала энерго- и ресурсосбережения ставят задачу эффективного использования энергии, в том числе тепловой. В настоящее время в стране уделяется значительное внимание решению проблем, связанных с энергосбережением в промышленности и быту.

При решении теплотехнических задач, в том числе прикладных (например, тепловой изоляции, увеличения термостойкости), необходимо уметь корректно определять величины коэффициентов теплопроводности и теплопроводности, удельной теплоемкости материалов, из которых состоит ограждающая конструкция, коэффициентов теплообмена поверхностей со средой, радиационные свойства поверхностей, температуру среды, поля температур исследуемых тел и т. п. Поэтому развитие у студентов навыков решения экспериментальных задач теплопроводности, конвективного и радиационного теплообмена путем самостоятельного выбора методик эксперимента, используемых материалов, способов минимизации погрешностей эксперимента — одна из главных задач настоящего практикума.

В современных энергетических системах очень важным является постоянный и максимально точный контроль температуры. Это касается систем производства, передачи и использования не только тепловой, но и электрической энергии, а также разнообразных систем управления, в которых многие компоненты рассеивают большую тепловую мощность,

в силу чего постоянный контроль температуры важен для поддержания работоспособности и наиболее эффективного состояния таких систем. Точные измерения температуры важны и при внедрении новых энергосберегающих технологий для оценки их эффективности.

Данное пособие подготовлено в рамках образовательного проекта «Разработка тренинг-сети для усовершенствования обучения в области энергоэффективности», выполняемого сотрудниками кафедры энергофизики физического факультета БГУ по программе TEMPUS Европейского союза. Авторы благодарны организаторам программы за финансовую поддержку издания.

## 1. КОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

---

Целью данного цикла работ является изучение эффектов, положенных в основу контактных методов измерения температуры, принципов определения основных метрологических характеристик датчиков температуры контактного типа (термопар, термометров сопротивления); исследование температурных зависимостей электропроводности и термоЭДС материалов, применяемых в активных элементах термодатчиков; градуировка термопар и термосопротивлений разных типов.

Температура — важнейший параметр теплотехнических систем, однако ее величина не может быть определена непосредственно. При изменении теплового состояния тела изменяются его физические характеристики (например, объем, электродвижущая сила, электрическое сопротивление). По количественному изменению этих характеристик можно судить об изменении температуры тела.

По характеру взаимодействия измерителя температуры (называемого также термопреобразователем) и объекта исследования методы измерения делятся на контактные и бесконтактные.

Контактные измерители температуры широко используются для измерения температур твердых, жидких и газообразных сред. Высокая точность и широкий предел измеряемых температур позволяют использовать эти датчики и при исследовании различных физических процессов и явлений (например, эффектов Холла, Зеебека и др.).

К контактным датчикам температуры относятся термопары, различного рода термометры и др., к бесконтактным — пирометры, интерферометры, фотометры.

**Термометры сопротивления.** Применение термометров сопротивления в качестве датчиков температуры базируется на зависимости электрического сопротивления металла (полупроводника) от температуры.

Эти зависимости имеют принципиально различный вид для металлов и полупроводников.

Проводимость любого кристалла пропорциональна двум величинам: концентрации свободных носителей заряда и их подвижности (отношению приобретенной под действием внешнего электрического поля дрейфовой скорости к напряженности этого поля). В металлах концентрация свободных носителей практически не зависит от температуры. Вместе с тем с повышением температуры увеличивается интенсивность теплового движения ионов кристаллической решетки (иными словами, возрастает число фононов в кристалле). Это приводит к росту числа столкновений электронов проводимости с фононами (в терминах физики конденсированного состояния — к увеличению рассеяния электронов на фононах), в результате чего с ростом температуры подвижность носителей уменьшается, а сопротивление кристалла — возрастает. Эксперименты показывают, что для металлов удельное сопротивление возрастает с увеличением температуры по степенному закону. При температурах, превышающих характеристическую температуру Дебая (температуру, при которой возбуждается весь фононный спектр), эта зависимость близка к линейной.

В полупроводниках увеличение температуры, как и в металлах, приводит к увеличению рассеяния носителей на фононах. Однако в отличие от металлов, в полупроводниках при повышении температуры происходит ионизация атомов вследствие их теплового движения с возникновением электронов (дырок) проводимости. Для разных полупроводников энергия ионизации валентных электронов лежит в пределах от 0,1 до 5 эВ. Концентрация носителей в полупроводниках при повышении температуры резко увеличивается по экспоненциальному закону, в результате чего проводимость полупроводников с ростом температуры увеличивается, несмотря на уменьшение подвижности зарядов.

На свойстве материалов изменять свое электрическое сопротивление в зависимости от температуры основано действие термометров сопротивления. *Термосопротивление* — это проводник, включенный в электрическую цепь и находящийся в состоянии теплообмена с окружающей средой. Его сопротивление зависит от температуры и определяется тепловым равновесием между проводником и средой. Теплообмен проводника с исследуемой средой может осуществляться конвекцией, теплопроводностью среды, теплопроводностью самого проводника и излучением.

К материалам, применяемым в качестве терморезисторов, предъявляются требования стабильности характеристики  $R = f(T)$ , малой чувствительности к нетепловым внешним воздействиям (магнитному

полю, деформации) и достаточно высоких значений температурного коэффициента сопротивления  $\alpha$ , определяемого выражением

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (1.1)$$

Для большинства чистых металлов при комнатной температуре температурный коэффициент приблизительно равен  $4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . В некоторых случаях чувствительность термометров сопротивления позволяет измерять температуры с точностью  $0,001 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Наибольшее распространение для изготовления преобразователей термометров сопротивления получили платина, медь, никель; известно использование железа, бронзы, пирографита, некоторых сплавов, а также полупроводников, изготовленных из смеси окислов различных металлов.

Наилучшим материалом является чистая платина, которая в широком диапазоне температур не вступает в химические реакции и устойчиво сохраняет величину удельного сопротивления (приблизительно в пять раз большего, чем у меди, серебра или золота).

Кроме платиновых, серийно изготавливаются также технические медные термометры сопротивления с номинальными значениями сопротивления (при  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ )  $R_0$ , равными 50 и 100 Ом, предназначенные для работы в диапазоне температур от  $-50$  до  $+180 \text{ }^\circ\text{C}$ . В этом интервале температур электрическое сопротивление медных термометров определяется по формуле

$$R_t = R_0(1 + \alpha t), \quad (1.2)$$

где  $\alpha$  — температурный коэффициент, в среднем равный  $4,26 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . При более высоких температурах медь окисляется; недостатком меди также является ее малое удельное сопротивление.

Для измерения температур  $\sim 300 \text{ }^\circ\text{C}$  первым заменителем платины служит никель. Он имеет большое удельное сопротивление ( $\sim 8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ) и высокий температурный коэффициент  $\alpha = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , но при температуре  $370 \text{ }^\circ\text{C}$  в никеле происходят структурные преобразования, и функция  $R = f(T)$  становится неоднозначной. До температуры  $\sim 100 \text{ }^\circ\text{C}$  может применяться железо ( $\alpha = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ).

Полупроводниковые терморезисторы изготавливаются из смеси окислов или сульфидов различных металлов или редкоземельных элементов. Полупроводниковые терморезисторы обладают очень высоким значением отрицательного температурного коэффициента сопротивления, достигающим до  $4 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Они имеют малую инерционность и поэтому могут применяться для исследования нестационарных тепловых процессов.

Полупроводниковые термометры сопротивления обладают нелинейной зависимостью сопротивления от температуры, приближенно подчиняющейся экспоненциальному закону

$$R_T = A_T \exp\left(-\frac{B}{T}\right), \quad (1.3)$$

где  $A_T$  и  $B$  — коэффициенты, зависящие от физических свойств и геометрии полупроводника; при значительном изменении температуры коэффициент  $A_T$  является функцией температуры и может считаться постоянным только в малых интервалах изменения  $T$ . Существенным недостатком полупроводниковых терморезисторов является невысокая стабильность их характеристик, усиливающаяся с увеличением температуры, поэтому область их применения ограничивается температурами, не превышающими 300 °С.

Наиболее широко полупроводниковые терморезисторы используются в криогенной технике.

**Термопары.** Термоэлектрические явления можно объяснить тем, что средняя энергия свободных электронов различна в разных проводниках и по-разному растет с температурой. Если вдоль проводника существует перепад температур, то электроны на горячем конце приобретают более высокие скорости и энергии, чем на холодном. В результате возникает поток электронов от горячего конца к холодному и на холодном конце накапливается отрицательный заряд, а на горячем остается нескомпенсированный положительный заряд. Этот процесс накопления будет продолжаться до тех пор, пока возникшая таким образом разность потенциалов не вызовет поток электронов в обратном направлении, равный первичному, и благодаря этому установится стационарное состояние. Алгебраическая сумма таких разностей потенциалов в цепи создает одну (объемную) составляющую термоЭДС.

Вторая (контактная) составляющая — следствие температурной зависимости контактной разности потенциалов. Контактная разность потенциалов обусловлена различием работ выхода электронов и концентраций свободных электронов в металлах, приведенных в контакт. Если оба спая термоэлемента находятся при одной и той же температуре, то контактные разности потенциалов компенсируют друг друга. Если же температура спаев различна, то разность контактных потенциалов дает свой вклад в термоЭДС, который может быть сравним или даже больше объемной термоЭДС.

Еще один источник термоЭДС — эффект увлечения электронов фононами. Если в твердом теле существует градиент температуры, то число фононов, движущихся от горячего конца к холодному, будет больше,



чем в обратном направлении. При своем направленном движении фононы в результате столкновений с электронами будут увлекать за собой последние и на холодном конце образца будет накапливаться отрицательный заряд (а на горячем — положительный) до тех пор, пока возникшая таким образом разность потенциалов не уравнивает эффект увлечения; эта разность потенциалов и представляет дополнительную составляющую термоЭДС, которая при низких температурах может быть в десятки и сотни раз больше рассмотренных выше.

Отношение термоЭДС к вызвавшей ее разности температур называется коэффициентом термоЭДС или коэффициентом Зеебека.

В металлах концентрация свободных электронов очень велика ( $\sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ) и не зависит от температуры. Энергия и скорости электронов также почти не зависят от температуры. Поэтому термоЭДС «классических» металлов очень мала (коэффициент термоЭДС составляет несколько мкВ/К). Для полупроводников коэффициент термоЭДС имеет порядок  $10^2 - 10^3 \text{ мкВ/К}$ .

Коэффициент термоЭДС может быть представлен как  $\alpha = \alpha_o + \alpha_k + \alpha_\phi$ , где  $\alpha_o$  — объемная составляющая, обусловленная преимущественной диффузией носителей тока в проводнике или полупроводнике от нагретого конца к холодному;  $\alpha_k$  — контактная составляющая, связанная с зависимостью химического потенциала от температуры;  $\alpha_\phi$  — фононная составляющая.

Замкнутая цепь проводников, создающая ток за счет различия температуры контактов между проводниками, называется *термоэлементом*, или *термопарой*. Применение термопар в качестве датчиков температуры основывается на использовании рассмотренного выше термоэлектрического эффекта Зеебека, который состоит в возникновении ЭДС в цепи двух и более проводников из разных материалов, если их спаи находятся при различной температуре. Величина термоЭДС пропорциональна разности температур:  $\epsilon = \alpha \Delta T$ .

В цепи, содержащей разного типа проводники и источник тока, возникает явление, обратное термоэлектрическому, которое называется эффектом Пельтье.

Эффект Пельтье обратен эффекту Зеебека: при прохождении тока в цепи из различных проводников в местах контактов в дополнение к теплоте Джоуля — Ленца выделяется или поглощается, в зависимости от направления тока, некоторое количество тепла  $Q_P$ , пропорциональное силе тока, протекающего через контакт, и некоторому коэффициенту  $P$  (коэффициенту Пельтье), зависящему от природы находящихся в контакте материалов:

$$Q_P = P \cdot I \cdot t. \quad (1.4)$$

Физическая сущность эффекта Пельтье заключается в следующем. Благодаря контактным разностям потенциалов в спае создаются контактные электрические поля. Электроны в одном спае движутся против контактного поля, а в другом спае — по полю. Следовательно, в первом спае поле ускоряет электроны, их кинетическая энергия возрастает. При столкновениях с ионами металла в этом спае такие электроны передают ионам энергию, повышая внутреннюю энергию спая. Поэтому данный спай нагревается. В другом спае поле тормозит электроны, их кинетическая энергия уменьшается. При столкновениях с ионами металла в этом спае такие электроны получают от ионов энергию, уменьшая внутреннюю энергию спая. Поэтому данный спай охлаждается.

Очевидно, что при изменении направления тока на противоположное, нагреваться будет второй спай, а охлаждаться — первый спай, так как теперь во втором спае электроны ускоряются, а в первом — тормозятся контактным электрическим полем. Более подробно термоэлектрическое преобразование энергии рассматривается в разделе 6.

Металлические термопары используются для измерения температуры. С этой целью составляется цепь, изображенная на рис. 1.1.

Один спай термопары, составленной из разнородных проводников, поддерживается при постоянной известной температуре  $T_b$  (например, при температуре тающего льда). Второй спай помещается в среду, температура  $T_a$  которой подлежит измерению. Зная коэффициент  $\alpha$  данной термопары и измеряя милливольтметром термоэлектродвижущую силу, рассчитывают температуру по формуле

$$T_a = \frac{\varepsilon + \alpha T_b}{\alpha}. \quad (1.5)$$

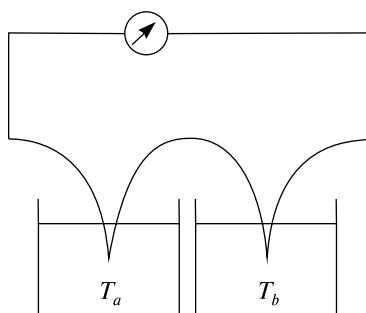


Рис. 1.1. Схема измерения температуры с помощью термопары

Термоэлектрический термометр обладает существенными преимуществами перед другими термометрами. Он очень чувствителен, имеет малую тепловую инерцию, применим в широком диапазоне температур, позволяет измерять температуру малых объемов среды. Кроме того, он допускает дистанционные измерения, т. е. определение температуры объекта, расположенного на большом расстоянии от места измерения.

Для стабилизации температуры нерабочего спая чаще всего использу-

ют теплоизолированную ванну с тающим льдом. Точка таяния льда (273,16 К) удобна потому, что влияние различных факторов на ее температуру незначительно. Если в процессе градуировки поддерживается температура  $T_0$  свободных концов, а при эксплуатации — температура  $T$ , то в показания термопары вносится поправка, прибавляемая к измеренной термоЭДС.

Для измерения температур до 1100 °С применяют в основном термопары из неблагородных металлов, для измерения температур выше 1100 и до 1600 °С — термопары из благородных металлов платиновой группы, для измерения температур более 1600 °С — различные термопары, изготовленные из жароупорных материалов.

Среди термопар из неблагородных металлов наиболее часто применяются хромель-копелевые (ХК) и хромель-алюмелевые (ХА) термопары. Термопара ХА имеет практически линейную характеристику, а термопара ХК при значительно большей нелинейности развивает весьма высокую термоЭДС, чем и объясняется их широкое применение.

Из числа термопар из благородных материалов стандартными являются термопары, основные характеристики которых указаны в табл. 1.1.

Таблица 1.1

**Характеристики некоторых наиболее распространенных термопар**

Тип	ТермоЭДС (в мВ на 100 °С)	Пределы температур, °С
Медь — копель	4,75	350—500
Железо — копель	5,75	600—800
Хромель — копель	6,90	600—800
Хромель — алюмель	4,10	1100—1250
Медь — константан	4,0	250—400

*Термопары из благородных металлов.* Эти термопары, принадлежащие к платиновой группе, имеют широкое распространение в основном как образцовые термопары и как термопары для измерения температур выше 1000 °С.

Основной термопарой этой группы является термопара платиновой — платина (PtRh — Pt), один термоэлектрод которой представляет собой чистую платину, а второй — сплав 90 % Pt + 10 % Rh. Эта термопара может применяться для измерения температур до 1600 °С кратковременно и до 1400 °С длительно. Термопара PtRh—Pt развивает при 1600 °С термоЭДС, равную 17 мВ (при температуре холодного спая 0 °С).

Термопары, выполненные из сплавов благородных металлов, пригодны для измерения температур, достигающих 1700 и даже 1800 °С. К таким термопарам относится платинородиевая термопара ПР 30/6.

В термопаре ПР 30/6 одним из термоэлектродов является сплав, состоящий из 70 % Pt и 30 % Rh, а другим – сплав из 94 % Pt и 6 % Rh. Верхним пределом кратковременно измеряемой температуры для этой термопары можно принять температуру, равную 1750 °С. При 1546 °С термоЭДС термопары ПР 30/6 равна 10,82 мВ. Поскольку термоЭДС этой термопары при комнатных температурах весьма мала, то термостатирование ее свободных концов излишне.

Кроме термопары ПР 30/6, применяют аналогичные термопары с другим содержанием родия (ПР 40/10, ПР 30/15 и ПР 40/20), развивающие несколько меньшую ЭДС, чем термопара ПР 30/6, но пригодные для измерения немного более высоких температур (до 1800–1850 °С).

## 1.1. ИЗУЧЕНИЕ ТЕРМОМЕТРОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ

### Описание экспериментальной установки

В ходе выполнения работы в термостат помещается держатель с несколькими термометрами сопротивления (или термопарами) различных типов и эталонный датчик температуры, изучаются температурные зависимости электрического сопротивления металлических и полупроводниковых термометров (или зависимости термоЭДС исследуемых термопар).

### Порядок выполнения работы

1. Проверить наличие необходимых соединений между установкой и ПК.

2. Разместить в ячейке эталонный и исследуемые датчики температуры, подключить их к системе сбора информации в соответствии с электрической схемой.

3. Включить установку и ПК.

Программное обеспечение (ПО) LabIST предназначено для отображения и сохранения в ПЭВМ информации, полученной от термостатирующего измерительного устройства «Термостат-А3» и измерительно-вычислительного комплекса «ИСТ-М16», а также для управления температурой термостатирования устройства «Термостат-А3».

**Пакет программы.** В пакет программы входят исполняемый файл lab.exe и файл конфигурации config.txt.

**Интерфейс.** Главное окно программы представлено на рис. 1.2.

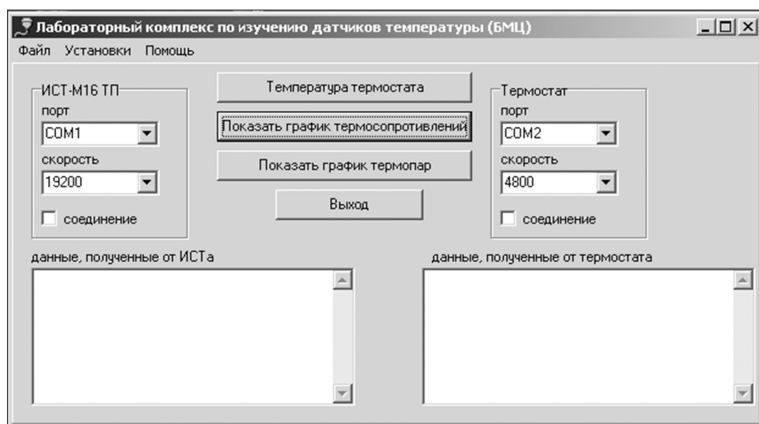


Рис. 1.2. Главное окно программы

При нажатии клавиш «Температура термостата», «Показать график термосопротивлений», «Показать график термопар» отображаются графики изменения во времени температуры термостата, электрических сопротивлений подключенных термопреобразователей сопротивления (ТС), ЭДС и температуры свободных концов подключенных термоэлектрических преобразователей (ТП).

В окне «График изменения температуры термостата» находится панель для записи временной зависимости температуры термостата, панель для сохранения полученных данных в файл и панель для изменения температуры регулировки термостата. В окнах отображения графиков изменения сопротивления термопреобразователей и графиков изменения ЭДС термопар располагаются графики, панели для выбора номеров ТС и ТП, которые необходимо отображать на графиках (от 1 до 16), и панели для сохранения полученных данных в файл.

## Работа с ПО

**1. Начало работы.** Для инициирования работы ПО с приборами, подключенными к ПЭВМ, необходимо выбрать номера СОМ-портов, к которым подключены приборы (например, СОМ1 для ИСТ-M16 и СОМ2 для термостата), скорость обмена (19200 бит/с для ИСТ-M16 и 4800 бит/с для термостата) и поставить отметку в полях «Соединение». После установления соединения в соответствующих полях начнут отображаться данные от подключенных приборов. Для разрыва связи с прибором убрать отметку в поле «Соединение».

**2. Работа с графиками.** Для отображения графиков изменения во времени температуры термостата, электрических сопротивлений ТС,

ЭДС и температуры свободных концов подключенных ТП нажать соответствующие кнопки «Температура термостата», «Показать график термосопротивлений», «Показать график термопар». При наличии связи с термостатом отобразится температура термостата. Для отображения данных о ТС и ТП необходимо отметить номера каналов ИСТ-М16, к которым подключены ТС и ТП. В примере на рис. 1.3 выбраны ТС с номерами 4, 7, 14, подключенные к каналам ИСТ-М16, и ТП, подключенные к каналам 1, 8, 11 и 16.

**3. Запись данных в файл.** Для сохранения полученных данных в текстовые файлы на всех трех формах отображения графиков присутствуют соответствующие панели. При помощи кнопки «Выбрать» на этой панели необходимо указать папку и имя файла, в который будет сохраняться информация.

По умолчанию предлагаемое имя файла является текущей датой. Выберите необходимую папку и имя файла для сохранения данных и нажмите «Сохранить». Введенное имя файла будет отображено на форме. Оно используется как маска для создания файлов и сохранения температуры термостата, а также данных с выбранных ТС и ТП:

- сохранение температуры термостата будет производиться в файл «имя\_файла-Thermo.txt», где «имя\_файла» – введенное имя файла, например, 4.11.2010-Thermo.txt;

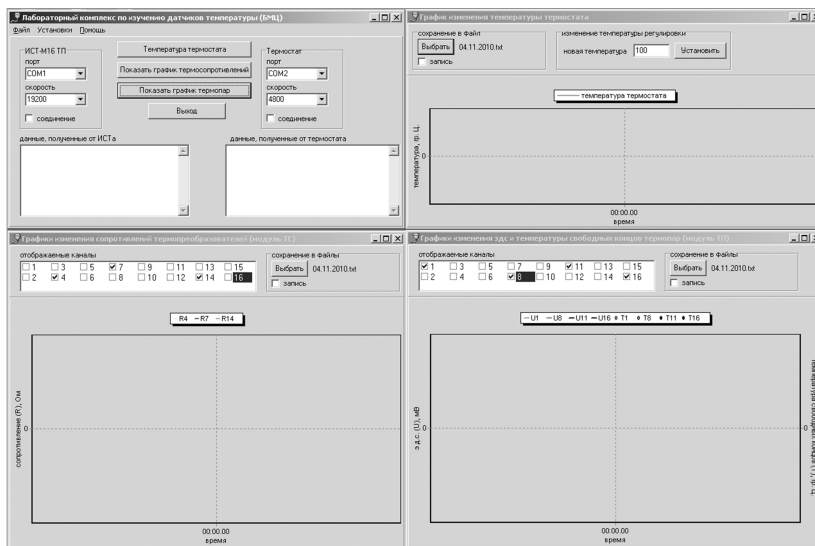


Рис. 1.3. Окна для отображения температуры термостата и параметров присоединенных датчиков температуры

- сохранение сопротивления ТС будет производиться в файл «имя\_файла-Рномер\_канала.txt», где «имя\_файла» – введенное имя файла, «номер\_канала» – номер канала ИСТ-М16, к которому подключен ТС, например, 4.11.2010-R4.txt;

- сохранение ЭДС и температуры свободных концов ТП будет производиться в два файла «имя\_файла-Уномер\_канала.txt» и «имя\_файла-Тномер\_канала.txt» соответственно, где «имя\_файла» – введенное имя файла, «номер\_канала» – номер канала ИСТ-М16, к которому подключена ТП, например, 4.11.2010-U4.txt и 4.11.2010-T4.txt.

Для начала записи данных в файл необходимо поставить отметку в поле «Запись». При снятии отметки запись останавливается.

Данные сохраняются в файле построчно в виде пар значений время – значение параметра, разделенных табуляцией.

**4. Изменение температуры регулировки термостата.** Для изменения температуры регулировки термостата на форме отображения графика температуры термостата находится соответствующая панель. Для изменения температуры регулировки ввести в поле новое значение и нажать кнопку «Установить».

По полученным значениям термоЭДС и разности температур холодных свободных концов и горячего спая строятся графики зависимости  $\varepsilon = f(\Delta T)$ , по которым рассчитывается значение коэффициента термоЭДС каждой термопары. Полученные значения сравниваются с табличными и определяется тип термопары.

По полученным значениям  $R$  и температуры термостата строятся соответствующие графики, по которым рассчитывается значение термического коэффициента сопротивления соответствующего преобразователя. Полученные значения сравниваются с табличными и определяется тип термометра сопротивления.

### Контрольные вопросы

1. Перечислите известные вам контактные и бесконтактные методы измерения температуры.
2. На каком свойстве металлов и полупроводников основано действие термометров сопротивления?
3. Объясните механизм электрической проводимости металлов и полупроводников.
4. Как зависит сопротивление проводников и полупроводников от температуры?
5. Каким требованиям должны удовлетворять материалы, применяемые для изготовления термометров сопротивления?

6. Объясните причины возникновения термоЭДС в металлах и полупроводниках.
7. В чем сущность явлений Зеебека и Пельтье?
8. Каковы достоинства термометров сопротивления, термоэлектрических термометров?

### Список литературы

- Бошняк, Л. Л.* Измерения при теплотехнических исследованиях / Л. Л. Бошняк. М., 1974.
- Геращенко, О. А.* Температурные измерения / О. А. Геращенко [и др.]. Киев, 1984.
- Куинн, Т.* Температура / Т. Куинн. М., 1985.
- Уайт, Г. К.* Экспериментальная техника в физике низких температур / Г. К. Уайт. М., 1961.
- Ярышев, Н. А.* Теоретические основы измерения нестационарной температуры / Н. А. Ярышев. Л., 1990.

## 2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

---

### 2.1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Методы определения теплофизических свойств (ТФС) материалов (коэффициентов тепло- и температуропроводности  $\lambda$  и  $a$ , удельной теплоемкости  $c$ ) основаны на решении дифференциального уравнения теплопроводности (дифференциального уравнения в частных производных параболического типа) при заданных краевых условиях.

Для неподвижной среды и при наличии в ней источников тепла удельной мощностью  $\omega$  (Вт/м<sup>3</sup>) уравнение теплопроводности можно представить в виде

$$c \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad} T) + \omega, \quad (2.1)$$

где температура является функцией координат и времени:

$$T = f(x, y, z, \tau). \quad (2.2)$$

В общем случае уравнение (2.1) является нелинейным, и его решение может быть получено только приближенными методами. В боль-



шинстве случаев теоретическую основу методов определения ТФС составляют решения (2.1) при некоторых упрощающих допущениях: свойства материала не зависят от температуры, материал является однородным и изотропным, источники тепла внутри тела отсутствуют. Тогда (2.1) принимает более простой вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T, \quad (2.3)$$

где коэффициент температуропроводности равен

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}. \quad (2.4)$$

Однако и решение (2.3) может быть достаточно сложным, особенно если температура зависит от времени и трех координат. Поэтому часто полагается, что температура зависит только от одной координаты и времени, и тогда уравнение теплопроводности в декартовой системе координат принимает вид

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (2.5)$$

Выбор экспериментального метода определяется объектом исследований (твердое тело, жидкость, газ), требуемой длительностью эксперимента и его задачами (определение свойств в узком или широком температурном интервале). Кроме того, могут налагаться дополнительные условия (высокие давления, фазовые переходы, движение среды и т. д.). Все эти факторы определяют не только постановку задачи, но и технические средства ее реализации. Решив (2.3) при заданных краевых условиях (начальном и граничных), получаем некоторую функциональную зависимость (2.2), которая наряду с независимыми переменными содержит параметры, характеризующие свойства объекта и его взаимодействие с окружающей средой. Решения задач теплопроводности могут быть представлены в различной форме, в том числе и степенными рядами. Отыскание зависимости (2.2) (прямая задача теории теплопроводности) — первый этап построения метода определения ТФС. Следующий этап — анализ решения: оценка сходимости рядов, особенности развития температурных полей во времени и т. д.

В зависимости от вида заданных граничных условий весь процесс нагрева можно разделить на несколько стадий, например, начальную (чисто нестационарную), стадию установившегося (регулярного) режима и стационарную стадию. В соответствии с этим и методы определения ТФС делятся на нестационарные, регулярные и стационарные.

Каждая из указанных групп может быть реализована в так называемом абсолютном и сравнительном вариантах. В первом случае тепловой поток является величиной измеряемой, во втором — поток исключается за счет использования эталона — материала с известными свойствами. Кроме классификации методов определения ТФС по характеру изменения температуры во времени, существует также классификация по виду граничных условий: метод источника (зонда) постоянной мощности, метод температурных волн, метод нагретой нити и т. п. Время установления того или иного теплового режима определяется свойствами и размерами объекта исследований (в терминах теории подобия — обобщенным временем — числом Фурье  $Fo = \frac{a\tau}{h^2}$ ). Длительность эксперимен-

та зависит не только от характера взаимодействия объекта с окружающей средой, но также и от используемой для расчетов стадии процесса.

Оценка числа  $Fo$ , при котором начинается та или иная стадия теплообмена, — важный элемент анализа общего решения. Не менее важным является получение из решения задачи необходимых расчетных соотношений для вычисления ТФС (обратная задача теплопроводности). Только для установившихся (регулярных) тепловых режимов выводятся простые формулы для вычисления этих свойств. Чисто нестационарные методы, в которых используется начальная стадия теплового процесса, как правило, основываются на использовании предварительно составленных таблиц и графиков. При создании соответствующей экспериментальной установки основное требование — это обеспечение режима эксперимента, при котором теоретически постулированные условия теплообмена выполняются с наибольшей точностью. В этом случае удастся существенно уменьшить систематическую ошибку определения ТФС. Вообще, в практике теплофизических исследований корректный расчет систематических погрешностей — задача чрезвычайно сложная, требующая иногда более сложных расчетов и решений, чем при разработке основ самого метода. Причинами этого являются хаотичность движения тепловых потоков, влияние контактных термических сопротивлений и т. п. В этом смысле перспективны методы «неразрушающих» измерений: оптические и акустические методы измерения температуры, лазерные источники тепловых потоков. Однако аналитическая основа и этих методов прежняя — феноменологическая теория теплопроводности. Не уменьшаются при этом и трудности определения тепловых потоков. При самой постановке задачи делается целый ряд допущений, идеализирующих объект исследований.

## 2.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТФС ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ I И II РОДА

### 2.2.1. Теоретические основы метода регулярного режима

**Определение теплофизических характеристик плоских образцов.** Рассмотрим задачу теплопроводности в следующей формулировке. Дана неограниченная пластина толщиной  $2h$  (начало координат в центре, ось  $x$  перпендикулярна поверхности), имеющая начальную температуру  $T_0 = \text{const}$ .

В некоторый момент времени в центре пластины начинает действовать тепловой источник постоянной мощности, а ее основания принимают температуру  $T_c = \text{const}$ . Таким образом, требуется решить уравнение (2.5) при краевых условиях вида

$$T(x, 0) = T_0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = -\frac{q}{\lambda}, \quad (2.7)$$

$$T(h, \tau) = T_c, \quad (2.8)$$

где  $q$  ( $\text{Вт/м}^2$ ) — плотность теплового потока, создаваемого источником.

Решение задачи при условиях (2.6)–(2.8) позволяет реализовать самые разнообразные методы определения ТФС. Если источник отсутствует ( $q = 0$ ), то имеем задачу для неограниченной пластины при граничном условии первого рода, из решения которой можно найти удобные расчетные соотношения для определения коэффициента теплопроводности; при  $h \rightarrow \infty$  и  $T_c = T_0$  — задачу для полуграниченного тела (полупространства), дающую возможность реализовать чисто нестационарные методы комплексного определения ТФС.

Решение уравнения (2.5) при граничных условиях 3 рода содержит корни  $\mu$  характеристического уравнения  $\text{ctg} \mu = \frac{\mu}{\text{Bi}}$ , где  $\text{Bi} = \frac{\alpha h}{\lambda}$  — критерий Био,  $\alpha$  — коэффициент теплообмена.

Решение задачи (2.6)–(2.7) при упрощенном условии (2.8), когда  $T(h, \tau) = T_0$ , т. е. основания пластины поддерживаются при температуре, равной начальной, имеет вид

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{q(h-x)}{\lambda} - \frac{2qh}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\mu_n^2} \cos\left(\mu_n \frac{x}{h}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{h^2}\right), \quad (2.9)$$

где  $\mu_n$  представляет собой возрастающую последовательность чисел, являющихся корнями характеристического уравнения  $\operatorname{ctg} \mu = 0$  ( $Bi = \infty$ , что соответствует граничному условию I рода).

В целом (2.9) отражает нестационарный процесс изменения температуры в пластине и включает стационарную и нестационарную составляющие (первое и второе слагаемые соответственно). Перепишем (2.9) в виде

$$\theta(x, \tau) = \theta_{\text{ст}} - \frac{2qh}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\mu_n^2} \cos\left(\mu_n \frac{x}{h}\right) \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (2.10)$$

где  $\theta = T(x, \tau) - T_0$ .

Теоретически стационарный режим наступает при  $Fo \rightarrow \infty \Leftrightarrow (\tau \rightarrow \infty)$  (практически при  $Fo \geq 2$ ). Тогда

$$\theta(x, \infty) = T(x, \infty) - T_0 = \theta_{\text{ст}} = \frac{q(h-x)}{\lambda}. \quad (2.11)$$

Ряд в (2.10) – быстро сходящийся, так как  $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 < \dots < \mu_n$ . Расчеты показывают, что при  $Fo \geq 0,2$  все члены ряда пренебрежимо малы по сравнению с первым его членом. Поэтому (2.10) можно переписать в виде

$$\theta(x, \tau) = \theta_{\text{ст}} - \frac{2qh}{\lambda \mu_1^2} \cos \mu_1 \frac{x}{h} \exp\left(-\mu_1^2 \frac{a\tau}{h^2}\right), \quad (2.12)$$

или

$$\theta_{\text{ст}} - \theta(x, \tau) = \frac{2qh}{\lambda \mu_1^2} \cos \mu_1 \frac{x}{h} \exp\left(-\mu_1^2 \frac{a\tau}{h^2}\right). \quad (2.13)$$

Значение  $Fo \geq 0,2$  соответствует регулярному тепловому режиму. Логарифмируя выражение (2.13), получаем

$$\ln[\theta_{\text{ст}} - \theta(x, \tau)] = \ln\left[\frac{2qh}{\lambda \mu_1^2} \cos \mu_1 \frac{x}{h}\right] - \mu_1^2 \frac{a\tau}{h^2}. \quad (2.14)$$

Зависимость логарифма температуры от времени – прямая линия, наклон которой определяется теплофизическими свойствами материала и интенсивностью теплового воздействия. Если записать (2.14) для двух моментов времени, то можно найти темп изменения температуры в регулярном режиме, т. е.

$$m = \frac{\ln \frac{\theta_{\text{ст}} - \theta_1}{\theta_{\text{ст}} - \theta_2}}{\tau_2 - \tau_1} = \mu_1^2 \frac{a}{h^2} = \frac{\pi^2}{4} \frac{a}{h^2} = \text{const}. \quad (2.15)$$

Таким образом, характерные особенности регулярного режима при наличии локального источника тепла представляются соотношениями (2.14)–(2.15). Коэффициент температуропроводности находится из (2.15)

$$a = \frac{4h^2}{\pi^2} m. \quad (2.16)$$

Величину  $m$  можно найти из графика

$$\ln[\theta_{\text{ст}} - \theta(x, \tau)] = \varphi(\tau). \quad (2.17)$$

Измеряя разность температур между центром пластины ( $x = 0$ ) и ее основанием ( $x = h$ ), из (2.11) находим

$$\lambda = \frac{qh}{\theta_{\text{ст}}}. \quad (2.18)$$

Экспериментальным критерием наступления регулярного режима является прямолинейность зависимости (2.17). В начальной стадии процесса (2.17) – некоторая криволинейная функция, монотонно переходящая в прямую линию.

**Определение теплофизических характеристик цилиндрических образцов.** Теоретической основой этого метода является решение уравнения теплопроводности для полого цилиндра, внутри которого действует источник постоянной тепловой мощности, а внешняя поверхность подерживается при постоянной температуре. Общее решение имеет вид

$$\theta = T(r, \tau) - T_0 = \frac{qR_1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{r} - \frac{\pi q R_2}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[ I_1(\mu_n k) J_0\left(\mu_n \frac{r}{R_2}\right) - I_0\left(\mu_n \frac{r}{R_2}\right) J_1(\mu_n k) \right] \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}), \quad (2.19)$$

где  $R_1, R_2$  – внутренний и наружный радиусы полого цилиндра соответственно;

$$k = R_1/R_2; \\ A_n = \frac{I_0^2(\mu_n)}{\mu_n \cdot [I_1^2(\mu_n k) - I_0^2(\mu_n)]},$$

$\mu_n$  – корни уравнения

$$I_1(\mu k) J_0(\mu) - J_1(\mu k) I_0(\mu) = 0, \quad (2.20)$$

где  $I_0, I_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка I рода соответственно;  $J_0, J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка II рода соответственно.

Общие закономерности измерения температур аналогичны описаным выше. В регулярном режиме

$$a = \frac{R_2^2}{\mu_1^2} \cdot m,$$

где  $\mu_1$  — первый корень характеристического уравнения (2.20). Его величина зависит от параметра  $k = R_1/R_2$ .

Темп изменения температуры

$$m = \frac{\ln(\theta_{\text{ст}} - \theta_1) - \ln(\theta_{\text{ст}} - \theta_2)}{(\tau_2 - \tau_1)}.$$

Коэффициент теплопроводности

$$\lambda = \frac{I_1 \cdot U}{2\pi h \cdot \Delta T_{\text{ст}}} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

где  $h$  — высота цилиндра.

Таким образом, рассмотренная методика комплексного определения ТФС предусматривает использование регулярной и стационарной стадий теплового процесса. Основное достоинство метода — простота реализации, надежность и высокая точность. Недостатки — длительность эксперимента, необходимость знания стационарной составляющей.

### 2.2.2. Теоретические основы нестационарных методов

**Метод источника постоянной тепловой мощности.** Метод источника постоянной мощности относится к чисто нестационарным методам, основанным на закономерностях начальной стадии развития температурного поля в полуограниченном теле, нагреваемом тепловым источником постоянной мощности.

Основным достоинством метода является кратковременность проведения эксперимента (максимум 4–5 мин). К недостаткам данного метода, как и вообще всех чисто нестационарных методов, следует отнести, прежде всего, сложность обработки экспериментальных данных и зависимость конечных результатов от начального теплового состояния исследуемого образца.

Формулировка задачи следующая. Дано полуограниченное тело при температуре  $T_0$ . Ограничивающая поверхность нагревается постоян-

ным тепловым потоком  $q = \text{const}$ . Изменение температуры происходит в одном направлении. Необходимо найти распределение температуры по данному направлению в любой момент времени. Согласно формулировке задачи, необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0; 0 < x < \infty)$$

при краевых условиях

$$T(x, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (2.21)$$

$$q = -\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x}, \quad (2.22)$$

$$T(\infty, \tau) = T_0; \quad \frac{\partial T(\infty, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (2.23)$$

Решение задачи можно записать в виде

$$\Delta T_x = T(x, \tau) - T_0 = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\lambda} \text{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}, \quad (2.24)$$

где

$$\text{erf } x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy,$$

$$\text{erfc } x = 1 - \text{erf } x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-y^2} dy,$$

$$\text{ierfc } x = \int_x^\infty \text{erfc } \xi d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - x \text{erfc } x.$$

Рассмотрим некоторые возможные способы использования (2.24) для вывода необходимых расчетных соотношений. Если температуру измерять в плоскости нагревателя ( $x = 0$ ), то из (2.24) получаем

$$\Delta T_H = T(0, \tau) - T_0 = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\lambda\sqrt{\pi}}, \quad (2.25)$$

поскольку

$$\text{ierfc } 0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}.$$

Отношение

$$\frac{\lambda}{\sqrt{a}} = \sqrt{\lambda c \rho} = b \left[ \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{1/2}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \right]$$

характеризует аккумулирующую тепловую способность тела и носит название коэффициента тепловой активности. При введении коэффициента тепловой активности в (2.25) получим

$$\Delta T_{\text{н}} = \frac{2q}{b\sqrt{\pi}} \sqrt{\tau}. \quad (2.26)$$

Графическое изображение уравнения (2.26) в координатах  $\sqrt{\tau} = f(\Delta T_{\text{н}})$  представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат с тангенсом угла наклона к оси абсцисс, равным

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{b\sqrt{\pi}}{2q}. \quad (2.27)$$

Из (2.27) получаем формулу для расчета коэффициента тепловой активности

$$b = \frac{2q}{\sqrt{\pi}} \cdot \operatorname{tg} \gamma = \frac{2q}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\tau}}{\Delta T_{\text{н}}}. \quad (2.28)$$

Плотность теплового потока  $q$  рассчитывается по формуле

$$q = \frac{I^2 R_{\text{н}}}{2S} = \frac{IU}{2S}, \quad (2.29)$$

где  $I$ ,  $U$ ,  $R_{\text{н}}$ ,  $S$  — величины тока, напряжения, электрического сопротивления и площади одной стороны нагревателя соответственно. Коэффициент температуропроводности определяется по времени запаздывания, т. е. времени, в течение которого температура в сечении  $x$  станет такой же, как температура в плоскости нагревателя. Для разных моментов времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  ( $\tau_2 > \tau_1$ ) можно написать

$$\Delta T_{\text{н}}(\tau_1) = \Delta T_x(\tau_2),$$

или

$$\frac{2q\sqrt{a\tau_1}}{\lambda\sqrt{\pi}} = \frac{2q\sqrt{a\tau_2}}{\lambda} \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau_2}}.$$

Следовательно,

$$\sqrt{\tau_1} = \sqrt{\tau_2} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau_2}}, \quad (2.30)$$

или

$$\frac{\sqrt{\tau_1}}{\sqrt{\tau_2}\sqrt{\pi}} = \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau_2}}. \quad (2.31)$$



Введем обозначения

$$\operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau_2}} = N, \quad (2.32)$$

$$\frac{x}{2\sqrt{a\tau_2}} = X. \quad (2.33)$$

Значение величины  $N$  определяют по формуле (2.31), в которую входят экспериментально измеряемые величины. Используя любой из компьютерных математических пакетов, находят соответствующее значение аргумента  $X$ , которое позволяет из (2.33) получить формулу для расчета коэффициента температуропроводности

$$a = \frac{1}{4\tau_2} \left( \frac{x}{X} \right)^2. \quad (2.34)$$

Коэффициент теплопроводности и удельную теплоемкость находят из соотношений

$$\lambda = b\sqrt{a}, \quad (2.35)$$

$$c = \frac{\lambda}{a\rho}. \quad (2.36)$$

Одновременно расчет коэффициента температуропроводности можно провести по известным из эксперимента отношениям избыточных температур  $\Delta T_x / \Delta T_n$  в равные моменты времени. Из выражения (2.24) следует

$$\frac{\Delta T_x}{\Delta T_n} = \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}. \quad (2.37)$$

Обозначим

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Delta T_x}{\Delta T_n} = N_1, \quad (2.38)$$

$$\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} = X_1. \quad (2.39)$$

Тогда

$$\operatorname{ierfc} X_1 = N_1. \quad (2.40)$$

Таким образом, в данном случае расчет коэффициента температуропроводности сводится к нахождению аргумента  $X_1$  при известных из эксперимента значениях  $N_1$ , соответствующих определенным моментам времени  $\tau$ .

В любом случае комплексное определение теплофизических характеристик на основе решения (2.24) предполагает знание характера изменения температуры во времени в каких-либо двух точках исследуемого образца.

### 2.2.3. Теоретические основы импульсных методов определения теплофизических свойств материалов

Закономерности развития нестационарных температурных полей, создаваемых действием мгновенных точечных, линейных или плоских источников тепла в неограниченном теле, являются основой импульсных методов комплексного определения теплофизических характеристик различных материалов.

Общее решение дифференциального уравнения теплопроводности для случая действия мгновенного точечного источника тепла в точке  $(x_1, y_1, z_1)$  неограниченного тела имеет вид

$$\begin{aligned}\theta &= T(x, y, z, \tau) - T_0 = \\ &= \frac{Q}{8\sqrt{\pi}a(\tau-t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{4a(\tau-t)}\right],\end{aligned}\quad (2.41)$$

где  $Q$  — количество тепла, выделяемого в точке с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$  неограниченного тела в момент времени  $\tau = t$ .

Выражение для двумерного температурного поля  $\theta_1(x, y, \tau)$ , создаваемого линейным мгновенным источником тепла, действующим в момент времени  $\tau = t$  на прямой, параллельной оси  $z$  и проходящей через точку  $(x_1, y_1)$ , получается интегрированием выражения (2.41) по  $dz_1$  в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , т. е.

$$\begin{aligned}\theta_1 &= T(x, y, \tau) - T_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(x, y, z, \tau) dz_1 = \\ &= \frac{Q_L}{4\pi\lambda(\tau-t)} \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{4a(\tau-t)}\right].\end{aligned}\quad (2.42)$$

Здесь  $Q_L$ , Дж/м — количество тепла, мгновенно выделяемого единицей длины линейного источника тепла в момент времени  $\tau = t$ .

Если проинтегрировать выражение (2.42) по  $dy_1$  в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , то получается решение одномерного уравнения теплопроводности для функции  $\theta_2(x, \tau)$  в случае действия мгновенного плоского источника тепла, расположенного в плоскости  $x = x_1$

$$\theta_2 = T(x, \tau) - T_0 = \frac{Q_s}{2c\rho\sqrt{\pi a(\tau-t)}} \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2}{4a(\tau-t)}\right]. \quad (2.43)$$

Здесь  $Q_s$ , Дж/м<sup>2</sup> — количество тепла, мгновенно выделяемого единицей площади плоского источника тепла в момент времени  $\tau = t$ .

**Метод импульсного линейного источника тепла.** Следует учесть, что мгновенный тепловой источник — математическая абстракция. На практике «мгновенность» реализуется путем задания кратковременного теплового импульса. Такой импульс может быть создан, например, за счет действия электрического или лазерного источника. Необходимо, таким образом, рассматривать задачу о действии источника в течение некоторого промежутка времени  $\tau_0$  (в формуле (2.41)  $\tau$  представляет собой текущее время, но не длительность импульса). Для теоретического решения этой задачи нужно провести «суммирование» действия мгновенного источника во времени. В случае линейного источника, расположенного на оси  $z$ , необходимо проинтегрировать (2.42) по  $dt$  в пределах от 0 до  $\tau_0$

$$\theta = T(x, y, \tau) - T_0 = \frac{q_L}{4\pi\lambda} \int_0^{\tau_0} \exp\left[-\frac{r_0^2}{4a(\tau-t)}\right] \frac{dt}{(\tau-t)}, \quad (2.44)$$

где  $r_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $x_1 = y_1 = 0$ .

Интегрирование (2.44) по времени не налагает каких-либо ограничений на величину времени, т. е. на продолжительность теплового воздействия. Если источник действует достаточно долго, то мы не получим кривую, изображенную на рис. 2.1. Температура в некоторой точке будет монотонно расти. Чтобы получить экспериментальную кривую, подобную изображенной на рис. 2.1, необходимо задать короткий тепловой импульс. Идея метода состоит в исследовании экспериментальной зависимости  $\theta = f(\tau)$  на экстремум, если эта зависимость является результатом кратковременного (импульсного) теплового воздействия.

Значение максимума избыточной температуры  $\Delta T_{\max} = T_{r_0, \tau_{\max}} - T_0$  в точке  $r_0$  будет соответствовать определенному моменту времени, который можно определить, продифференцировав (2.44) по  $\tau$  и приравняв производную нулю:

$$\frac{d\Delta T}{d\tau} = \frac{q_L}{4\pi\lambda} \int_0^{\tau_0} \frac{d}{d\tau} \left\{ \exp\left[-\frac{r_0^2}{4a(\tau-t)}\right] \frac{dt}{(\tau-t)} \right\} = 0. \quad (2.45)$$

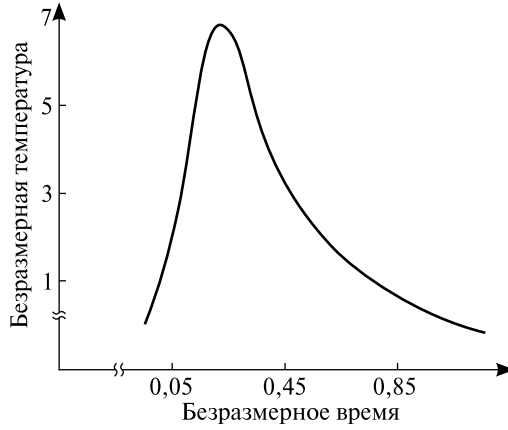


Рис. 2.1. Теоретическая зависимость безразмерной температуры от безразмерного времени для случая импульсного теплового источника

Далее все сводится к преобразованию (2.45)

$$\int_0^{\tau_0} \exp \left[ -\frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max} - t)} \right] \frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max} - t)^2} \frac{dt}{(\tau_{\max} - t)} - \int_0^{\tau_0} \exp \left[ -\frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max} - t)} \right] \frac{dt}{(\tau_{\max} - t)^2} = 0, \quad (2.46)$$

где  $\tau_{\max}$  — момент времени, соответствующий максимуму температуры. Интегрируя (2.46), получим

$$-\frac{1}{\tau_{\max} - \tau_0} \exp \left[ -\frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max} - \tau_0)} \right] + \frac{1}{\tau_{\max}} \exp \left( -\frac{r_0^2}{4a\tau_{\max}} \right) = 0. \quad (2.47)$$

Логарифмируя (2.47), получим

$$\ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0} = \frac{r_0^2}{4a} \left( \frac{1}{\tau_{\max} - \tau_0} - \frac{1}{\tau_{\max}} \right), \quad (2.48)$$

откуда

$$a = \frac{r_0^2}{4\tau_{\max}} \left( \frac{\tau_{\max} - \tau_0}{\tau_0} \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0} \right)^{-1}. \quad (2.49)$$

Введем обозначение

$$\varphi_0 = \frac{\tau_0}{\tau_{\max}}. \quad (2.50)$$

Тогда (2.49) запишется в виде

$$\frac{r_0^2}{4a\tau_{\max}} = \frac{1-\varphi_0}{\varphi_0} \ln \frac{1}{1-\varphi_0}. \quad (2.51)$$

Выражение (2.51) связывает коэффициент температуропроводности с экспериментально определяемыми величинами. Формула для расчета коэффициента теплопроводности получается путем преобразования (2.44)

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{q_L}{4\pi\Delta T_{\max}} \int_0^{\tau_0} \exp\left[-\frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max}-t)}\right] \frac{dt}{\tau_{\max}-t} = \\ &= \frac{q_L}{4\pi\Delta T_{\max}} \left\{ \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max}-t)}\right] \frac{dt}{\tau_{\max}-t} - \int_{\tau_0}^{\infty} \exp\left[-\frac{r_0^2}{4a(\tau_{\max}-t)}\right] \frac{dt}{\tau_{\max}-t} \right\}. \end{aligned}$$

Расчетное соотношение для коэффициента теплопроводности имеет вид

$$\lambda = \frac{q_L}{4\pi\Delta T_{\max}} \left\{ \int_{\frac{1-\varphi_0}{\varphi_0} \ln \frac{1}{1-\varphi_0}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du - \int_{\frac{1}{\varphi_0} \ln \frac{1}{1-\varphi_0}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \right\} = \frac{q_L}{4\pi\Delta T_{\max}} \varphi_{\lambda}, \quad (2.52)$$

где  $\varphi_{\lambda}$  — выражение, стоящее в фигурных скобках.

Таким образом, коэффициент теплопроводности определяется по формуле (2.52), а коэффициент температуропроводности по формуле

$$a = \frac{r_0^2}{4\tau_{\max} \frac{1-\varphi_0}{\varphi_0} \ln \frac{1}{1-\varphi_0}} = \frac{r_0^2}{4\tau_0} \varphi_a, \quad (2.53)$$

где  $\varphi_a = \varphi_0 \left( \frac{1-\varphi_0}{\varphi_0} \ln \frac{1}{1-\varphi_0} \right)^{-1}$ .

Удельная теплоемкость вычисляется по формуле

$$c = \frac{\lambda}{a\rho}, \quad (2.54)$$

где  $\rho$  — плотность материала образца.

Значения  $\varphi_a$  и  $\varphi_{\lambda}$  приведены в прил. Г.

Удельный тепловой поток, входящий в расчетные соотношения, вычисляется по формуле

$$q_L = \frac{IU}{L}, \quad (2.55)$$

где  $L$  — длина линейного нагревателя.

**Метод импульсного плоского источника тепла.** Данный метод определения теплофизических характеристик основывается на решении одномерного уравнения теплопроводности для неограниченного тела в случае действия в нем в течение небольшого промежутка времени  $\tau_0$  плоского источника тепла. Это решение можно получить интегрированием выражения (2.43) по  $dt$  в пределах от нуля до  $\tau_0$ . Если плоский источник расположен в плоскости  $x_1 = 0$ , то значение максимума избыточной температуры  $\Delta T_{\max} = T(x, \tau_{\max}) - T_0$  на расстоянии  $x$  от нагревателя будет соответствовать определенному моменту времени  $\tau_{\max}$ .

Если продифференцировать выражение

$$\Delta T = \frac{q}{2c\rho\sqrt{\pi a}} \int_0^{\tau_0} \exp\left[-\frac{x^2}{4a(\tau-t)}\right] \frac{dt}{\sqrt{\tau-t}} \quad (2.56)$$

по  $\tau$  и приравнять производную  $d(\Delta T)/d\tau$  нулю, получим условие экстремума зависимости избыточной температуры от времени в точке  $x$  неограниченного тела, т. е.

$$\ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0} = \frac{x^2}{2a} \left( \frac{1}{\tau_{\max} - \tau_0} - \frac{1}{\tau_{\max}} \right). \quad (2.57)$$

Уравнения (2.56) и (2.57) позволяют получить следующие расчетные формулы для теплофизических характеристик:

$$a = \frac{x^2 \left( \frac{1}{\tau_{\max} - \tau_0} - \frac{1}{\tau_{\max}} \right)}{2 \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0}} = \frac{x^2}{2\tau_0} \Phi_a, \quad (2.58)$$

$$\lambda = \frac{qx}{\Delta T_{\max}} \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{\frac{1}{2} \frac{\tau_{\max}}{\tau_0} \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0}}{\frac{1}{2} \frac{\tau_{\max} - \tau_0}{\tau_0} \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0}} \int_{\frac{1}{2} \frac{\tau_{\max} - \tau_0}{\tau_0} \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0}}^{\frac{1}{2} \frac{\tau_{\max}}{\tau_0} \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0}} \frac{e^{-U}}{U^{3/2}} dU \equiv \frac{qx}{\Delta T_{\max}} \Phi'_\lambda, \quad (2.59)$$

$$\text{где} \quad U = \frac{x^2}{4a(\tau_{\max} - t)}. \quad (2.60)$$

Значения величин  $\Phi_a$  и  $\Phi'_\lambda$  в зависимости от параметра  $\Phi_0 = \tau_0/\tau_{\max}$  приведены в прил. Г.

## 2.3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ЗАДАНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ I РОДА

### 2.3.1. Нестационарный метод определения коэффициента температуропроводности

Рассмотрим методику определения коэффициента температуропроводности на основе решения дифференциального уравнения теплопроводности для полуограниченного тела при граничном условии первого рода.

Температура тела в начальный момент времени постоянна и равна  $T_0$ . В момент времени  $\tau > 0$  его поверхность принимает температуру  $T_c \neq T_0$ , которая поддерживается постоянной в течение всего процесса теплообмена.

Общее решение сформулированной задачи записывается в виде

$$\theta = \frac{T(x, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} = \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{Fo}_x}} \right), \quad (2.61)$$

где  $\operatorname{Fo}_x = \frac{a\tau}{x^2}$  — локальное число Фурье;  $\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-y^2} dy$  — функция ошибок Гаусса.

Определение коэффициента  $a$  сводится к экспериментальной записи зависимости  $\Delta T = T(x, \tau) - T_c = f(\tau)$  в заданной точке  $x$  полуограниченного тела, расчету относительной избыточной температуры  $\theta = \Delta T / (T_0 - T_c)$  и нахождению соответствующего значения числа  $\operatorname{Fo}_x$ . Коэффициент температуропроводности рассчитывается по формуле

$$a = \frac{x^2}{\tau} \operatorname{Fo}_x, \quad (2.62)$$

где  $x$  — координата расположения спая термопары, регистрирующей разность температур  $\Delta T$ ;  $\tau$  — момент времени, соответствующий определенной разности температур  $\Delta T$ .

Постоянство избыточной температуры на поверхности тела может быть обеспечено различными способами, например размещением тела между блоками, через один из которых пропускается вода постоянной температуры, отличной от температуры среды, в которой первоначально термостатировались образец и второй блок.

### 2.3.2. Определение коэффициента температуропроводности в регулярном режиме

При исследовании материалов в регулярном режиме с граничными условиями I рода порядок проведения эксперимента следующий. Через блоки, соединенные последовательно, пропускается вода постоянной температуры, превышающей комнатную на 5–10 °С. Между двумя пластинами, составляющими образец, и на блоках размещаются спаи термопар, концы которых подключаются к аналогово-цифровому преобразователю (АЦП) и персональному компьютеру (ПК). Составной образец толщиной  $2h$  вносится в пространство между блоками и сжимается их плоскостями. При испытании твердых материалов удается уменьшить термические сопротивления путем сжатия образца и предварительной тщательной обработки поверхностей блоков. Кроме того, при достаточно большом расходе воды граничное условие первого рода выполняется с большой точностью.

Коэффициент температуропроводности  $a$  может быть найден из зависимости

$$m = \frac{\ln(T_{\text{cp}} - T_1) - \ln(T_{\text{cp}} - T_2)}{\tau_2 - \tau_1} = \mu_1^2 \frac{a}{h^2}, \quad (2.63)$$

где  $\mu_1 = \pi/2$  — первый корень характеристического уравнения;  $T_{\text{ст}}$  — температура, поддерживаемая на поверхности образцов;  $T_1, T_2$  — температуры в центре образца соответственно в моменты времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$ .

Характерные размеры образца известны. Изменение абсолютной избыточной температуры с течением времени  $\Delta T = f(\tau)$  определяется экспериментально.

По кривой нагревания строится график зависимости  $\ln \Delta T = \varphi(\tau)$ , из которого находится величина темпа изменения температуры. Коэффициент температуропроводности вычисляется по формуле

$$a = m \frac{4h^2}{\pi^2}. \quad (2.64)$$

Для отыскания зависимости  $a = f(T)$  в широком температурном диапазоне необходимо многократное повторение экспериментов при разных температурах и малых температурных перепадах в образце.

### 2.3.3. Определение коэффициента теплопроводности сравнительным методом в стационарном режиме

Наиболее простыми в экспериментальном исполнении являются методы, в которых тепловой поток, проходящий через тело или систему



тел, остается постоянным по величине и по направлению, а температурное поле является стационарным. Соотношение, используемое для расчета коэффициента теплопроводности тонкой пластины, имеет вид

$$q = \frac{\lambda}{h}(T_1 - T_2). \quad (2.65)$$

Это уравнение справедливо для образцов таких размеров, для которых влияние краевых эффектов ничтожно мало.

По данному уравнению можно определить коэффициент теплопроводности, если известна величина теплового потока. При этом необходимо убедиться в том, что наступил стационарный режим (температура в любой точке тела или системы тел должна быть постоянной), а неучтенные потери тепла малы. Последнее обстоятельство требует использования дополнительных нагревательных элементов, которые играют роль охранных нагревателей, предотвращающих утечки тепла через боковые поверхности.

Несмотря на наличие сложных охранных приспособлений (нагревателей или боковой теплоизоляции), определение теплового потока, проходящего через исследуемый образец, представляет трудности. Чтобы их избежать, применяют сравнительные методы, в которых исследуемый материал находится в контакте с эталонным. Измеряя перепад температур на исследуемом и эталонном образцах, можно определить коэффициент теплопроводности исследуемого материала без измерения теплового потока.

Поскольку в стационарном режиме тепловой поток, проходящий через каждое из тел системы, будет одинаковым и постоянным во времени, то

$$\lambda \frac{dT(x)}{dx} = \lambda_{\text{э}} \left( \frac{dT(x)}{dx} \right)_{\text{э}}. \quad (2.66)$$

Рассмотрим систему двух тел «эталон — исследуемый образец» (рис. 2.2, б).

Верхняя поверхность образца поддерживается при температуре  $T_1$ , а нижняя поверхность эталона — при температуре  $T_3$ . Плотности тепловых потоков, проходящих через образец и эталон, равны соответственно

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda}{h}(T_1 - T_2), \\ q &= \frac{\lambda_{\text{э}}}{h_{\text{э}}}(T_2 - T_3). \end{aligned} \quad (2.67)$$

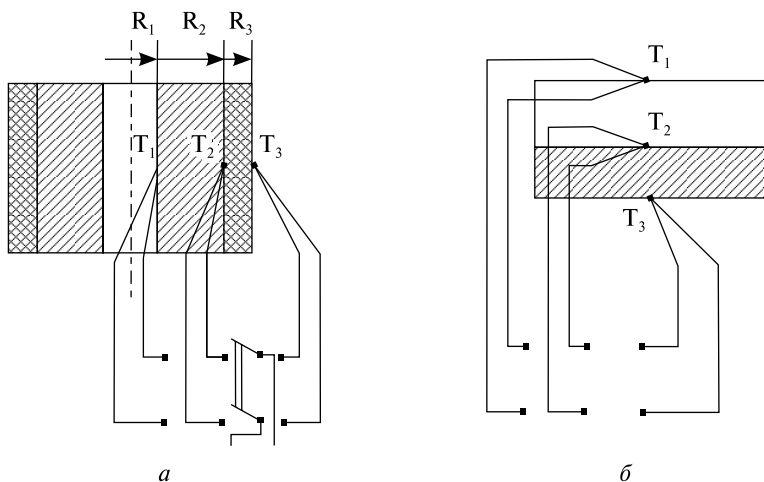


Рис. 2.2. Схема экспериментальной установки для определения коэффициента теплопроводности сравнительным методом в стационарном режиме: *а* – цилиндрический образец; *б* – плоский образец

Из равенства плотностей тепловых потоков следует, что

$$\lambda \frac{T_1 - T_2}{h} = \lambda_3 \frac{T_2 - T_3}{h_3}, \quad (2.68)$$

откуда

$$\lambda = \lambda_3 \frac{h}{h_3} \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2}. \quad (2.69)$$

Для системы цилиндрических тел (рис. 2.2, *а*) для каждой области в отдельности можно записать следующие выражения:

$$T_1 - T_2 = \frac{q R_1}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (2.70)$$

$$T_2 - T_3 = \frac{q R_2}{\lambda_3} \ln \frac{R_3}{R_2}. \quad (2.71)$$

Соотношения (2.70) и (2.71) можно преобразовать, введя тепловой поток на единицу длины  $q_l$

$$T_1 - T_2 = \frac{Q R_1}{2\pi R_1 l \lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{q_l}{2\pi \lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (2.72)$$

$$T_2 - T_3 = \frac{QR_2}{2\pi R_2 l \lambda_3} \ln \frac{R_3}{R_2} = \frac{q_l}{2\pi \lambda_3} \ln \frac{R_3}{R_2}. \quad (2.73)$$

Сравнивая (2.72) и (2.73), находим

$$\frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{\lambda_3}{\lambda} \cdot \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{\ln \frac{R_3}{R_2}}. \quad (2.74)$$

При измерении коэффициента теплопроводности плоских образцов сравнительным методом пластины из исследуемого и эталонного материалов помещаются между двумя блоками, через один из которых пропускается вода из термостата ( $T = 25\text{--}30\text{ }^\circ\text{C}$ ), а второй имеет комнатную температуру (рис. 2.2, б). С помощью термостата задается температура, превышающая комнатную на  $5\text{--}10\text{ }^\circ\text{C}$ . В качестве эталона может использоваться полиметилметакрилат (плексиглас), механически контактирующий с исследуемым материалом. В стационарном режиме измеряется перепад температур на эталонном и исследуемом образцах. Зная их толщину и коэффициент теплопроводности эталона, рассчитывается  $\lambda$  исследуемого материала по формуле (2.69).

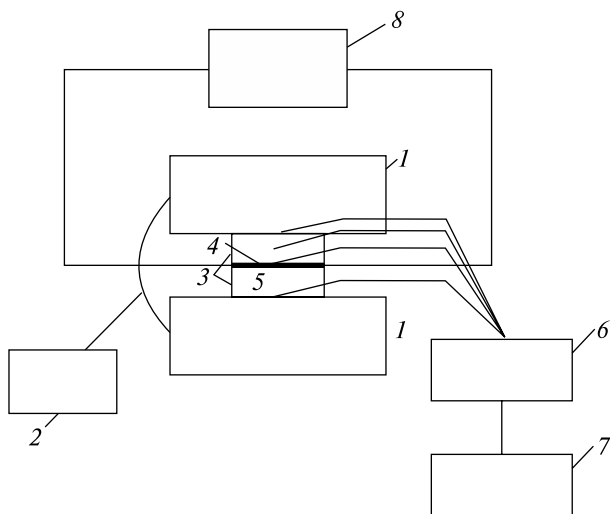
В цилиндрическом варианте испытуемым материалом является кварцевый песок, который находится между двумя цилиндрическими поверхностями. Наружный цилиндрический слой выполнен из плексигласа (эталон), внутренний представляет металлическую трубку, соединенную с термостатом. Наружная поверхность цилиндрической системы во время эксперимента находится при комнатной температуре. Через внутреннюю трубку прокачивается вода из термостата. Для измерения перепадов температуры в слое материала и эталонном слое используются три хромель-алюмелевые термопары (см. рис. 2.2, а, б).

### Описание экспериментальной установки

Схема установки по определению ТФХ материалов показана на рис. 2.3.

Основным ее элементом является калориметрическая ячейка, состоящая из двух пустотелых плоскопараллельных медных блоков, которые могут перемещаться в вертикальной плоскости. Исследуемые образцы представляют собой плоскопараллельные круглые пластинки. Соотношение между линейными размерами образца для реализации регулируемого и стационарного режима должно удовлетворять неравенству

$$\frac{2h}{2R} = \frac{h}{R} < \frac{1}{4}. \quad (2.75)$$



*Рис. 2.3. Измерительный блок:*

*1* – пустотелые металлические цилиндры; *2* – термостат; *3* – исследуемые образцы; *4* – электрический нагревательный элемент; *5* – термопары; *6, 7* – система обработки информации; *8* – источник питания

В этом случае изменение температуры в центре образца с высокой точностью может быть описано решением одномерной задачи теплопроводности. Блоки подключаются к термостату, с помощью которого через полости блоков прокачивается вода постоянной температуры. Между пластинками помещается малоинерционный плоский нагреватель *4*, форма которого определяется формой образца. Система «образец – нагреватель» вносится в пространство между блоками и сжимается их плоскостями. Тщательная обработка поверхностей образцов и блоков обеспечивает хороший тепловой контакт, что уменьшает термические сопротивления и, следовательно, систематическую ошибку измерений. В качестве датчиков (преобразователей) температуры используются хромель-алюмелевые термопары диаметром 0,2 мм. Спай одной термопары помещается в центре образца, второй и третьей – на поверхностях блоков. Свободные концы термопар подключаются к АЦП и ПК. Нагреватель подключается к стабилизированному источнику питания.

Температурный перепад в образце можно регулировать, изменяя мощность, подводимую к нагревателю. При этом нужно учитывать, что задача теплопроводности была решена в предположении, что ТФС не зависят от температуры. Это справедливо при малых температурных

перепадах порядка 5–10 °С. Вместе с тем, при малых перепадах температур в процессе эксперимента увеличивается относительная погрешность определения температуры (хромель-алюмелевая термопара при разности температур 10 °С создает термоЭДС около 0,4 мВ).

Поскольку исследуемый образец находится в тепловом равновесии со средой комнатной температуры, то разность температур между центром пластины и ее основанием будет равна нулю. Затем включается термостат, температура воды в котором устанавливается с помощью контактного термометра. Она должна отличаться от комнатной температуры на величину порядка 10 °С. При этом нагревательные элементы термостата окажутся включенными и температура воды, прокачиваемой через калориметрические блоки, начнет повышаться. Включение термостата — начало эксперимента. Поскольку один из спаев термопары контактирует с поверхностью блока, то возникшая и изменяющаяся во времени разность температур приведет к созданию на входе усилителя изменяющейся термоЭДС. Эти изменения и будут отражены на графике. Стабилизация температуры на основаниях пластины и по ее объему, как того требует условие задачи, может быть осуществлена и на уровне комнатной температуры. Для этого необходимо отключить нагреватели термостата. Однако предлагаемый режим термостатирования имеет свои преимущества, более того, он может быть полезно использован, по крайней мере, в двух вариантах исследований — для оценки степени одномерности тепловых потоков и для определения коэффициента температуропроводности. В основу метода положены решения уравнения теплопроводности для неограниченной пластины и такая модель — удобная математическая абстракция. При задании на основаниях пластины температуры более высокой, чем комнатная, начнется процесс выравнивания температуры по ее объему. Вместе с тем боковая поверхность образца обменивается теплом с окружающей средой комнатной температуры (условие конвективного теплообмена). Таким образом, имеет место теплообмен объекта со средами, имеющими постоянные, но различные по величине температуры. В данном случае теплообмен боковой поверхности с окружающей средой — фактор, искажающий требуемую теорией одномерность в области измерений (центр образца, куда помещен один из спаев термопары). Достаточно надежным экспериментальным критерием одномерности тепловых потоков является отсутствие разности температур между центром пластины и ее основанием в стационарном режиме, время наступления которого зависит от размеров пластины и ее ТФС. Соотношения между линейными размерами пластины, приведенные в инструкции и обеспечивающие одномерность, получены из решения задачи теплопроводности при теплообмене ограниченного образца со средами различных

температур. Время установления термодинамического равновесия в образце при его термостатировании исчисляется десятками минут. Хотя результаты последующих измерений в регулярном режиме не зависят от начального распределения температуры в образце, по соображениям, изложенным выше, необходимо дождаться достижения стационарного распределения температуры, критерием этого будут не изменяющиеся во времени значения термоЭДС. Кроме того, расчеты по модели «полуограниченное тело» требуют высокой степени равномерности начального распределения температуры. Это время должно быть использовано для подготовки проведения основной части работы — определения ТФС. Прежде всего, рассчитайте (ориентировочно) величину мощности нагревателя, которая обеспечит требуемые температурные перепады, подумайте, как аналитически сформулировать задачу теплопроводности для пластины в случае отсутствия источника и задании на ее основаниях постоянной, но отличной от начальной температуры. Начните решение этой задачи любым известным вам способом. Решение задачи необходимо для реализации метода определения коэффициента температуропроводности в процессе термостатирования образца.

После выравнивания температуры по объему образца подключите нагреватель к источнику и установите расчетную мощность, которая в ходе эксперимента должна быть постоянной. На графике будет вычерчиваться кривая зависимости температуры от времени.

Точность последующих расчетов зависит от качества этой кривой. Эксперимент заканчивается после выхода системы на стационарный режим (прямая, параллельная оси времени).

Обработайте термограммы и постройте графики зависимости логарифмов температурных перепадов от времени. Определите темп изменения температуры и рассчитайте коэффициенты температуропроводности, пользуясь теорией регулярного режима.

Обработка экспериментальных данных проводится в соответствии с теорией метода. Для расчета используются данные, полученные в ходе эксперимента: площадь пластинки, полутолщина, температурный перепад в стационарном режиме, электрическая мощность, питающая нагреватель, удельный тепловой поток

$$q = \frac{P}{2S},$$

где  $P$  — мощность;  $S$  — площадь нагревателя, равная площади основания пластинки.

По данным эксперимента определите коэффициент теплопроводности в стационарном режиме.

Рассчитав коэффициенты тепло- и температуропроводности, вычислите теплоемкость.

Собрав ячейку с дополнительной тонкой пластинкой и используя начальный участок кривой нагрева, найти тепловую активность (модель полуограниченного тела). В этом случае начальная стадия изменения температуры будет такой же, как и в полупространстве. Экспериментальный критерий времени, в течение которого можно использовать расчетное соотношение для полупространства, находится из соотношения

$$\frac{b\sqrt{\pi}}{2q} = \frac{\sqrt{\tau}}{\theta_n} = \text{const} \quad (2.76)$$

или  $\theta_n = \varphi(\sqrt{\tau})$  — прямая линия.

Используя термограмму, построить указанную зависимость.

В практике теплофизических исследований систематическую погрешность определения ТФС делят на погрешность методическую и инструментальную (приборную). Общая погрешность метода — сумма этих двух частей. Величина последней определяется классом измерительной аппаратуры. Вычисление этой части погрешности проводится по известной методике. Методическая ошибка — следствие несоответствия реальных условий эксперимента теоретически постулированным. Некоторые ее источники были указаны в настоящей инструкции. Количественные расчеты не могут быть проведены в рамках настоящей работы и должны основываться на специальных исследованиях. Поэтому следует ограничиться расчетом инструментальной погрешности определения коэффициентов тепло- и температуропроводности.

### **Порядок выполнения работы**

1. Соберите установку в соответствии с выполняемым заданием (блок-схема установки представлена на рис. 2.3). При исследовании образцов, изготовленных в виде плоских пластин, используются четыре термопары. Две термопары зачеканены в металлических блоках, третья — на поверхности одного из образцов, четвертая термопара расположена на тонком образце, который используется в импульсном методе и методе источника постоянной мощности.

2. Проверьте подключение питания к ПК, установке измерения теплофизических характеристик (ТФХ) и термостату.

3. Проверьте, открыты ли краны подачи воды на верхний, нижний или оба пустотелых цилиндра (через левую трубку с краном подводится вода к верхнему цилиндру, через правую — к нижнему цилиндру; положение открытия — закрытия подачи воды: вдоль трубки — открыто, поперек — закрыто).

4. Включите компьютер.

5. Включите термостат (кнопка рядом с дисплеем термостата).
  6. Установите необходимую температуру нагрева воды, для чего последовательно нажмите кнопки «Т<sub>рег</sub>» и «Пуск», а затем наберите слева направо необходимое значение температуры (например, 040.000 соответствует 40 °С). После этого система перейдет в режим автоматического нагрева и подаст звуковой сигнал, в левом нижнем углу дисплея будет моргать значок и рядом с ним загорится красная лампочка. При достижении установленного значения температуры термостат подаст звуковой сигнал и будет поддерживать заданную температуру.
  7. При необходимости задайте новое значение температуры. Для этого нажмите кнопку «Стоп» и действуйте согласно п. 6.
  8. Поместите исследуемый образец в установку измерения теплотехнических характеристик согласно заданию лабораторной работы.
  9. При достижении заданной температуры включите насос термостата (кнопка на синей коробке под дисплеем термостата справа).
  10. Включите установку измерения ТФХ.
- При включении измерительного блока необходимо выбрать его функцию: F1–F4. Функция F1 предполагает выбор мощности источника тепла, функция F2 — выбор мощности источника и задание времени его действия, в функциях F3 и F4 эти параметры отсутствуют.
11. Запустите программу измерения ТФХ на ПК (значок на рабочем столе «ИВК»).
  12. Произведите необходимые измерения, сохраните график результатов измерений.

### **Порядок выключения установки**

1. Выключите насос термостата.
2. Нажмите кнопку «Стоп» на дисплее термостата (**ОБЯЗАТЕЛЬНО!**).
3. Нажмите кнопку «+20/+40».
4. Нажмите кнопку «Пуск».
5. Выключите термостат.
6. Выключите установку измерения ТФХ.
7. Закройте программу измерения ТФХ.
8. Выключите компьютер.
9. Закройте краны подачи воды в цилиндры.

### **Работа с программой измерения ТФХ**

Запустите приложение, кликнув на рабочем столе пиктограмму с названием «ИВК». Если на экране появится предупреждающее сообщение об отсутствии связи с прибором, значит, возможны следующие причины:

- прибор не включен в сеть;



- нет соединения между компьютером и прибором;
- прибор неисправен.

При такой ситуации необходимо устранить неисправность и нажать кнопку «Старт».

После успешного запуска программы на экране появится главное окно (рис. 2.4) и надпись на кнопке «Старт» изменится на «Стоп». Программа готова принимать данные с прибора.

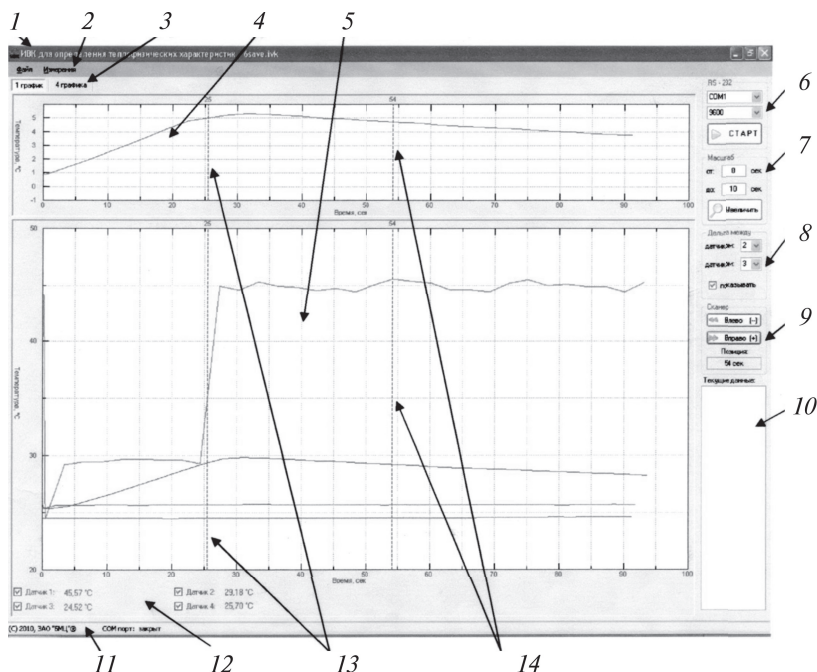


Рис. 2.4. Главное окно программы:

1 – название программы; 2 – главное меню; 3 – переключение отображения зависимости  $T=f(t)$ , измеряемой несколькими датчиками, на одном графике или на отдельных графиках; 4 – окно для графического отображения разности значений температур датчиков, указанных в окне 8; 5 – окно для графического отображения временной зависимости температуры для разных датчиков на одном графике; 6 – окно настройки имени коммуникационного порта, скорости обмена, кнопка «Старт»; 7 – окно масштабирования; 8 – окно указания номеров датчиков; 9 – окно сканера значений температуры; 10 – окно отображения текущих показаний датчиков; 11 – окно статуса – отображение информации об открытом коммуникационном порте; 12 – окно включения/выключения датчиков; 13 – линия, отображающая момент времени выключения теплового источника; 14 – линия, отображающая положение сканера значений температур

**Главное меню программы «ИВК».** Главное меню программы состоит из двух основных разделов: «Файл» и «Измерения».

**Раздел «Измерения».** Значок «Старт»: соединение с прибором, начало приема данных с датчиков. При нормальном подключении к прибору сразу после запуска программы приложение готово к приему данных с датчиков. При получении данных приложение выводит их в окно 10 (см. рис. 2.4) и строит графики в окнах 5 и 4. Строятся также графики отдельно для каждого датчика (закладка «4 графика»). При этом строятся графики данных для датчиков, включенных в окне 12.

**ВНИМАНИЕ!** При проведении измерений необходимо поставить «птичку» во всех 4 окнах (даже если четвертый датчик отсутствует или не используется в работе).

При выполнении работы с импульсным источником тепла отключение нагревателя инициируется на всех графиках пунктирной линией коричневого цвета. Над линией выводится значение временного интервала, соответствующего времени действия теплового источника (в секундах).

**Масштаб.** При поступлении первых данных во время измерения или после открытия файла с данными предыдущих измерений становится доступна функция «Масштаб».

Для вывода окна «Масштабирование» необходимо задать границы вывода графиков от и до в секундах и нажать кнопку «Увеличить». На экран в отдельном окне выведутся графики включенных в окне 12 (см. рис. 2.4) датчиков.

**Дельта между.** В окне 4 (см. рис. 2.4) выводится разность значений температур, измеренных датчиками, выбранными в окошках 1 и 2.

### **Практические задания к работе**

1. Определить коэффициент теплопроводности различных материалов в стационарном режиме при использовании абсолютной методики (функция  $F_1$  измерительного блока). В этом случае используется тепловой источник постоянной мощности.

2. Определить коэффициент теплопроводности различных материалов в стационарном режиме при использовании сравнительной методики (используя эталонный образец) (функция  $F_3$  измерительного блока). В этом случае тепловой поток задается с помощью термостата.

3. Определить коэффициент температуропроводности различных материалов в регулярном режиме при задании граничных условий I рода (функция  $F_3$  измерительного блока). Исследовать зависимость коэффициента температуропроводности материалов от температуры.

4. Определить коэффициент температуропроводности различных материалов в регулярном режиме при задании граничных условий II и I рода (функция  $F_1$  измерительного блока).

5. Определить коэффициент температуропроводности различных материалов в нестационарной стадии процесса, используя модель полупространства и граничное условие II рода (функция  $F_1$  измерительного блока).

6. Определить коэффициент температуропроводности различных материалов в нестационарной стадии процесса, используя модель полупространства и граничное условие I рода (функция  $F_3$  измерительного блока).

7. Определить коэффициент температуропроводности материалов при использовании плоского импульсного теплового источника (функция  $F_2$  измерительного блока).

## 2.4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЖИДКИХ СРЕД МЕТОДОМ ЗОНДА

**Метод нагретого зонда.** В основу метода зонда постоянной мощности положено решение нестационарной задачи теплопроводности для бесконечного цилиндра (зонда) радиусом  $R$  в неограниченной среде с линейным источником тепла. Уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат записывается в виде

$$\frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_1(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{q}{c_1 \rho_1}, \quad \tau > 0, 0 < r < R, \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_2(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad \tau > 0, 0 < r < \infty. \quad (2.78)$$

Начальные и граничные условия имеют вид

$$T_1(r, 0) = T_2(r, 0) = T_0, \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad T_1(0, \tau) \neq \infty, \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial T_2(\infty, \tau)}{\partial r} = 0, \quad (2.81)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(R, \tau)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(R, \tau)}{\partial r}; \quad T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau). \quad (2.82)$$

Решение сформулированной задачи позволяет определить температуру на поверхности цилиндра

$$T = \frac{q_L}{4\pi\lambda} \ln \frac{a\tau}{R^2}, \quad (2.83)$$

где  $q_L$  — линейная плотность потока;  $\lambda_2$  и  $a_2$  — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности неограниченной среды. Выражение (2.83) получено в предположении, что теплоемкость нагреваемого цилиндра равна нулю.

Для реального случая в уравнение (2.83) следует ввести некоторый поправочный коэффициент, учитывающий теплоемкость цилиндра. Поэтому расчетная формула для коэффициента теплопроводности после преобразований запишется в виде

$$\lambda = A \frac{q_L \ln \tau''/\tau'}{4\pi\Delta T}, \quad (2.84)$$

где  $\Delta T = T'' - T'$  — изменение температуры поверхности зонда за время его нагрева  $\Delta\tau = \tau'' - \tau'$ ;  $A$  — поправочный коэффициент (постоянная зонда).

Если величины  $q_L$ ,  $\tau'$  и  $\tau''$  известны, произведение

$$A \frac{q_L \ln \tau''/\tau'}{4\pi}$$

можно определить на основе измерений, выполненных на эталонных жидкостях, и тогда теплопроводность исследуемой среды вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{\lambda_3 \Delta T_3}{\Delta T}, \quad (2.85)$$

где  $\lambda_3$  — коэффициент теплопроводности эталонной жидкости;  $\Delta T_3$ ,  $\Delta T$  — изменение температуры на поверхности зонда за время  $(\tau'' - \tau')$  для эталонной и исследуемой сред соответственно при  $q_L = \text{const}$ .

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из следующих основных узлов: датчик-зонд, источник стабилизируемого напряжения, измерительное регистрирующее устройство, термостатирующее устройство.

Датчик-зонд представляет собой чувствительный элемент, содержащий нагреватель и термометр сопротивления. Он выполнен в виде тонкой спирали диаметром 0,6 мм и длиной 30 мм, что соответствует условию неограниченности. Нагреватель изготовлен из манганиновой

проволоки в эмаливой изоляции диаметром 0,1 мм, имеет сопротивление в пределах 28–30 Ом и служит источником теплового потока. Термометр сопротивления изготовлен из медной проволоки диаметром 0,05 мм (изоляция также эмаливая), имеет сопротивление 3 Ом при 20 °С и измеряет среднеинтегральную температуру поверхности зонда.

Нагреватель и термометр сопротивления включены в разные электрические цепи и поэтому должны быть тщательно изолированы друг от друга. Для придания механической прочности спираль зонда покрывают тонким слоем кремнийорганического лака. При испытании агрессивных и высоковязких сред зонд помещают в стеклянный или металлический капилляр, заполненный контактирующей жидкостью. Зонд закрепляется в специальном держателе, а его электрические выводы присоединяются через разъем к источнику стабилизированного напряжения (ИСН), который обеспечивает электрическое питание нагревателя зонда и мостовой измерительной схемы. Напряжение регулируется в пределах 2–5 В при непрерывной работе 4–5 ч.

Измерительно-регистрирующий узел состоит из мостовой схемы, в одно из плеч которой включен термометр сопротивления датчика-зонда, источника питания мостовой схемы, вольтметра и микровольтметра, к которому подключается датчик температуры. Питание осуществляется полупроводниковым стабилизатором напряжения в пределах 0–4 В. Контролируется напряжение питания мостовой схемы вольтметром, включенным в диагональ моста.

Термостатирующий узел объединяет термостат и баню, в которой закреплен металлический стакан с исследуемой средой. В качестве теплоносителя используется вода, позволяющая нагревать термостатирующее устройство до 60 °С. Температура поверхности зонда, к которому подведена постоянная мощность нагрева, зависит в основном от условий теплообмена с окружающей средой, т. е. от теплофизических характеристик окружающей среды. По полученным в экспериментах кривым изменения температуры поверхности зонда во времени (термограммам) определяется теплопроводность исследуемых сред.

В установке используется относительный вариант метода зонда с использованием эталонных жидкостей (с известным коэффициентом теплопроводности): ПМС-100, трансформаторное и вазелиновое масло. При этом нет необходимости градуировать термометр сопротивления и измерять удельный тепловой поток нагревателя.

### **Порядок проведения эксперимента**

Измерения проводятся последовательно для эталонной и исследуемых сред.

Исследуемая (эталонная) среда заливается в цилиндрический сосуд. По оси сосуда вводится датчик-зонд. Перед началом опытов включается стабилизированный источник питания. С помощью переменного сопротивления устанавливается напряжение, подаваемое на нагреватель зонда. Контроль напряжения производится вольтметром. Затем включается источник питания мостовой измерительной схемы и рукояткой устанавливается напряжение питания мостовой измерительной схемы. Контроль напряжения питания моста производится вольтметром. Включается тумблер «датчик», после чего на нагреватель зонда подается постоянная электрическая мощность. С момента подачи мощности температура увеличивается, изменяется сопротивление термометра сопротивления, а соответствующий разбаланс мостовой схемы записывается в виде термограмм.

Запись термограмм продолжается до наступления стационарного режима или близкого к нему. Продолжительность опыта, как правило, не превышает 60–90 с. Для исключения случайных погрешностей каждый опыт необходимо повторить 3–4 раза. Затем находят среднее значение коэффициента теплопроводности исследуемой жидкости при данной температуре.

Температура устанавливается с помощью термостата ( $t = 25\text{--}60\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). При этих значениях температуры проводят измерения по указанной методике и строят график зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Значения коэффициента теплопроводности эталонной жидкости ПМС-100 приведены в табл. 2.1.

*Таблица 2.1*

**Коэффициент теплопроводности жидкости ПМС-100**

Температура, $^{\circ}\text{C}$	20	40	60	90
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)	0,159	0,157	0,154	0,151

Термограммы для эталонной и данной группы исследуемых сред снимают при одинаковой выбранной мощности нагрева зонда и напряжении питания измерительной мостовой схемы. Мощность питания нагревателя не должна быть слишком велика, так как при этом увеличивается опасность возникновения свободной конвекции, особенно для маловязких сред. О возникновении конвекции можно судить по появлению на термограмме колебаний кривой.

**Обработка термограмм.** Теплопроводность исследуемой среды определяется по формуле (2.49).

Для определения коэффициента теплопроводности поступают следующим образом: на термограммах эталонного вещества и исследуемой среды выбирают участки, соответствующие временному интервалу  $(\tau_2 - \tau_1)$  и находят изменение температуры  $\Delta T_z$  и  $\Delta T$ , произошедшее за этот промежуток времени. В связи с тем, что в расчетную формулу входит отношение температур, по термограммам можно находить  $\Delta T_z$ ,  $\Delta T$  в линейных величинах (мм), так как температурная зависимость термометра сопротивления — линейная. Найденные значения подставляются в расчетную формулу для определения коэффициента теплопроводности.

## 2.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЛН

Методы температурных волн основываются на закономерностях теплообмена тел в среде, температура которой есть гармоническая функция времени. В этом случае по истечении некоторого промежутка времени изменение температуры тела в любой точке также будет гармоническим. Методы температурных волн часто называют квазистационарными или методами регулярного режима. Они позволяют исследовать коэффициенты теплопроводности только вблизи одной фиксированной температуры.

### Теоретические основы метода

При осуществлении метода температурных волн в режиме III рода температура в каждой точке тела колеблется с одним и тем же периодом  $T$  около средней температуры  $\bar{t}$ , являющейся функцией координат:

$$t = \bar{t}(x, y, z) + \theta(x, y, z, \tau), \quad (2.86)$$

причем

$$\theta(x, y, z, \tau + T) = \theta(x, y, z, \tau).$$

Уравнение теплопроводности для стержня с одномерным осевым полем имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{2\alpha}{\lambda R} \theta. \quad (2.87)$$

Второе слагаемое представляет собой поправку на конвективный тепловой поток, рассеиваемый стержнем в окружающую среду,  $\alpha$  — коэффициент теплообмена.

Краевые условия следующие:

$$\theta|_{x=0} = \theta_0 \cos(\omega\tau - \Delta\varphi). \quad (2.88)$$

Расчетная формула для определения коэффициента температуропроводности имеет вид

$$a = \frac{\omega l^2}{2(\varphi_1 - \varphi_2) \ln \frac{\theta_1}{\theta_2}}, \quad (2.89)$$

где  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  — амплитуды и фазы колебаний температуры в двух точках, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга.

### Описание экспериментальной установки

Установка состоит из источника питания, мультивибратора, системы регистрации температуры и трех исследуемых образцов — металлических стержней. Нагреватель помещается на концах исследуемых образцов. Для создания температурной волны в образце на нагреватель подается пульсирующая мощность. На стержнях зачеканиваются по 4 термоэлектрода: первый — на расстоянии  $l = 6\text{--}10$  мм от нагревателя, второй и третий — на расстоянии  $l$  и  $2l$  от первого соответственно. Четвертый термоэлектрод располагается на противоположном по отношению к нагревателю конце стержня, до которого колебания температуры не доходят. В ходе эксперимента записываются перегревы  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  точек образца относительно температуры  $T_c$  удаленного от источника конца стержня. Дифференциальные термодпары образуются естественным путем: средним электродом в них служит исследуемый металл. Все образцы помещены в стеклянные вакуумированные пробирки, герметично закрытые с помощью резиновых пробок. Подводящие провода нагревателей и термоэлектродов выведены через эти пробирки и распаяны на лицевой панели кассеты с образцами. Исследования проводятся при поочередном подключении образцов.

### Порядок выполнения работы

Включается источник питания установки и система регистрации температуры. С помощью источника питания устанавливается необходимая электрическая мощность, подаваемая на нагреватель исследуемого образца (например, для медного стержня подводимое напряжение составляет 5,3 В, сила тока — 0,13 А).

Включите измерительный блок кнопкой «Сеть», установите номер исследуемого образца.

Установите непрерывный режим работы.



Кнопкой «Скважность» установите длительность теплового импульса (для медного стержня она составляет 20 с, соответственно кнопкой устанавливается цифра «4»).

Кнопкой «Пуск» включите нагрев образца.

Запустите компьютерную программу регистрации температуры. Наблюдая на экране временные зависимости температур, дождитесь выхода системы на установившийся режим и сохраните полученные результаты в файл данных.

Продолжительность одного эксперимента составляет примерно 15–20 мин. По окончании эксперимента при одной частоте изменяется частота и проводится новый эксперимент. После этого отключаются все электроды исследуемого образца и подключаются электроды другого образца. Кнопкой «Сброс» следует снять установленный режим для данного образца и установить режим работы следующего.

По окончании работы вся установка выключается. По полученным временным зависимостям температур определяется период колебаний  $T$ , частота  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , амплитуда колебаний, а также сдвиг фаз между колебаниями в разных точках образца. Расчет коэффициента температуропроводности производится по формуле (2.89). Расстояние  $l$  для медного образца составляет 10 мм, для алюминиевого и для стального – 6 мм.

Отчет о проделанной работе должен включать результаты измерений и вычислений, которые заносят в табл. 2.2, а также анализ источников и оценку величины погрешности.

Таблица 2.2

**Результаты измерений и вычислений**

Материал	$\omega$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\varphi_2 - \varphi_1$	$a, \text{ м}^2/\text{с}$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\varphi_3 - \varphi_2$	$a, \text{ м}^2/\text{с}$

### Контрольные вопросы

1. Какие стадии развития температурного поля можно выделить в процессе теплообмена теплопроводностью? Каковы их особенности?
2. Сформулируйте задачу нестационарной теплопроводности для полуограниченного тела с граничным условием I рода. Каково решение этой задачи?

3. Как рассчитать коэффициент температуропроводности в регулярном режиме: а) при граничных условиях I рода? б) при граничных условиях I и II рода?

4. Каким достоинством обладает сравнительный метод определения коэффициента теплопроводности в стационарном режиме?

5. При каких условиях возможен комплексный метод определения теплофизических характеристик?

6. Какие два способа расчета коэффициента температуропроводности вы можете предложить, имея термограммы процесса теплопроводности для его начальной стадии?

7. Какими причинами могут быть обусловлены отклонения экспериментальных графических зависимостей  $T = f(\tau)$  от теоретических?

8. Сформулируйте задачу нестационарной теплопроводности для неограниченной пластины с граничными условиями I и II рода. Каково решение этой задачи?

9. Предложите метод расчета коэффициента температуропроводности в регулярном режиме по экспериментально полученным термограммам.

10. Как определить коэффициент теплопроводности в стационарном режиме в случае несимметричной задачи?

11. Как экспериментально определить зависимость коэффициентов тепло- и температуропроводности от температуры?

12. Как реализовать импульсный метод определения коэффициента температуропроводности в случае действия импульсного плоского и линейного источников теплового потока?

### Список литературы

Автоматические устройства для определения теплофизических характеристик твердых материалов / В. В. Власов [и др.]. М., 1977.

Приборы и методы для измерения теплофизических свойств веществ : метод. указания к лаб. работам / Д. П. Волков [и др.]. СПб., 2006.

Лабораторный практикум по термодинамике и теплопередаче / под ред. В. И. Крутова, Е. В. Шишова. М., 1988.

Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. М., 1968.

Практикум по теплопередаче / под ред А. П. Солодова. М., 1986.

Физический практикум : для физ. спец. вузов / А. М. Саржевский [и др.]. Минск, 1986.

Методы определения теплопроводности и температуропроводности / А. Г. Шашков [и др.]. М., 1973.

### 3. ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

---

#### 3.1. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА

Для измерения высоких температур широко используются оптические методы, основанные на законах теплового излучения нагретых тел. Приборы, служащие для определения температуры на основе измерения энергии теплового излучения, носят название оптических пирометров, а область экспериментальной физики, разрабатывающая принципы измерения температуры оптическими методами, называется оптической пирометрией.

Поток лучистой энергии, падающей на поверхность тела, частично отражается, частично проходит, а остальная часть поглощается. Поглощенная энергия преобразуется в иные формы энергии, чаще всего в энергию теплового движения молекул. Поэтому тела, поглощающие лучистую энергию, нагреваются. В свою очередь, в нагретом состоянии все тела излучают энергию в виде электромагнитных волн различной длины. Причем с повышением температуры интенсивность энергии излучения возрастает. Излучение, зависящее от температуры тела, называется тепловым, или температурным.

Всякое излучение сопровождается потерей энергии и происходит либо за счет внутренней энергии тела, либо за счет получения энергии извне.

В равновесном состоянии вся энергия, поглощенная телом, теряет-ся им вследствие излучения, поэтому температура тела не изменяется.

Все раскаленные твердые тела и жидкости дают сплошной непрерывный спектр излучения, т. е. в спектре излучения присутствуют волны всех длин в диапазоне от 0 до  $\infty$ , однако доля энергии, приходящаяся на различные участки спектра, зависит от температуры излучающего тела. При температуре 600–700 °С наибольшая энергия излучения приходится на инфракрасные и красные участки спектра. При дальнейшем нагревании доля энергии, приходящаяся на видимое излучение, увеличивается, возрастает и свечение — оно становится белым. Таким образом, в спектре излучения наблюдается неравномерное распределение энергии по длинам электромагнитных волн.

**Основные характеристики излучения.** Основными параметрами для энергетической характеристики электромагнитного поля являются потоки энергии, переносимые электромагнитными волнами.

Интегральный, или полный поток излучения (лучистый поток), характеризует количество энергии, переносимой электромагнитными

волнами в единицу времени через какую-либо поверхность. Лучистым потоком энергии  $\Phi$  характеризуется и мощность излучения.

Спектральным (или монохроматическим) потоком энергии электромагнитного излучения  $\Phi_\lambda$ , отнесенным к единичному интервалу длин вблизи длины волны  $\lambda$ , называется величина

$$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}.$$

Эта величина зависит от природы излучающего тела, длины волны и температуры  $T$ . Из определения следует, что поток

$$\Phi = \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda.$$

Тепловое излучение тел характеризуют двумя основными величинами: интегральной интенсивностью и спектральной интенсивностью.

Интегральной интенсивностью излучения электромагнитных волн называется интегральный поток энергии, излучаемый поверхностью единичной площади. Применительно к тепловому излучению, эту величину называют энергетической или интегральной светимостью (или интегральной излучательной способностью).

Энергетической светимостью, или интегральной излучательной способностью  $R$ , называется физическая величина, численно равная потоку энергии, излучаемой в единицу времени с единичной площади поверхности излучающего тела по всем направлениям во всем интервале длин волн

$$R = \Phi/S,$$

где  $S$  — площадь излучающей поверхности нагретого тела.

Спектральной (или монохроматической) интенсивностью излучения называется физическая величина, численно равная лучистому потоку энергии  $d\Phi$ , который приходится на интервал длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ , отнесенному к интервалу  $d\lambda$  и к площади поверхности  $S$  излучателя:

$$R_{\lambda T} = \frac{dR}{d\lambda}.$$

Иногда эту величину называют спектральной энергетической светимостью или спектральной плотностью излучения.

Из определения вытекает, что  $R$  зависит от природы излучателя и его температуры

$$R(T) = \int_0^\infty R_{\lambda T} d\lambda.$$

Если из всего падающего на тело потока энергии монохроматического излучения  $\Phi_{\lambda\text{пад}}$  в интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  часть потока энергии  $\Phi_{\lambda\text{погл}}$  поглощается телом, часть потока  $\Phi_{\lambda\text{отр}}$  отражается, а остальная часть  $\Phi_{\lambda\text{пр}}$  проходит, то на основании закона сохранения энергии, имеем

$$\Phi_{\lambda\text{пад}} = \Phi_{\lambda\text{погл}} + \Phi_{\lambda\text{отр}} + \Phi_{\lambda\text{пр}}.$$

Разделив левую и правую части равенства на величину  $\Phi_{\lambda\text{пад}}$ , получим

$$\Phi_{\lambda\text{погл}}/\Phi_{\lambda\text{пад}} + \Phi_{\lambda\text{отр}}/\Phi_{\lambda\text{пад}} + \Phi_{\lambda\text{пр}}/\Phi_{\lambda\text{пад}} = 1.$$

Величина  $a_{\lambda T} = \Phi_{\lambda\text{погл}}/\Phi_{\lambda\text{пад}}$  характеризует поглощательную способность тела и называется коэффициентом монохроматического поглощения, или спектральной поглощательной способностью. Спектральная поглощательная способность есть безразмерная величина, показывающая, какую долю монохроматического лучистого потока энергии, падающего на тело, данное тело поглощает. Эта величина зависит от длины волны и от температуры. Величина

$$A(T) = \Phi_{\text{погл}}/\Phi_{\text{пад}}$$

называется просто поглощательной способностью, или коэффициентом поглощения.

Величина  $r_{\lambda T} = \Phi_{\lambda\text{отр}}/\Phi_{\lambda\text{пад}}$  называется спектральной отражательной способностью. Эта безразмерная величина показывает, какую долю падающего монохроматического потока энергии тело отражает.

Величина  $r(T) = \Phi_{\text{отр}}/\Phi_{\text{пад}}$  называется интегральным коэффициентом отражения.

Величина  $\tau_{\lambda T} = \Phi_{\lambda\text{пр}}/\Phi_{\lambda\text{пад}}$  называется спектральным коэффициентом пропускания. Она характеризует прозрачность среды по отношению к падающему на нее монохроматическому излучению.

Для всех реальных тел величина  $a_{\lambda T} < 1$  и в большинстве случаев зависит от длины волны  $\lambda$  и абсолютной температуры  $T$ .

Однако можно представить себе такое тело, которое поглощает все падающие на него лучи. Тело, поглощающее всю падающую на него энергию, называется абсолютно черным. По определению для абсолютно черного тела

$$a_{\lambda T}^0 = 1, r_{\lambda T}^0 = 0$$

для всех длин волн и температур (все обозначения, относящиеся к абсолютно черному телу, будут иметь индекс 0).

**Законы теплового излучения.** Предположим, что в теплообмене участвуют тела, образующие замкнутую систему, окруженную адиабатической оболочкой, т. е. такой, когда теплообмен системы с внешней средой

отсутствует. Тогда через некоторое время эти тела придут в состояние теплового равновесия, т. е. примут одинаковую температуру. Но это не означает, что излучение внутри системы прекратится. Если состояние равновесия достигнуто, то в любой момент времени для каждой длины волны излучаемая энергия равна поглощаемой. Для разных тел величины интегральной и спектральной излучательной и поглощательной способности при одинаковых условиях отличаются. Исходя из второго принципа термодинамики, Г. Кирхгоф показал, что условие термодинамического равновесия заключается в следующем.

Отношение спектральной интенсивности излучения любого тела к его спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела, одинаково для всех тел и является функцией длины волны и температуры (закон Кирхгофа)

$$\frac{R_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} = f(\lambda T). \quad (3.1)$$

Поскольку для абсолютно черного тела  $a_{\lambda T}^0 = 1$ , то применяя закон Кирхгофа к абсолютно черному телу, получаем

$$R_{\lambda T}^0 = f(\lambda T).$$

Таким образом, универсальная функция Кирхгофа представляет собой функцию монохроматической интенсивности излучения абсолютно черного тела.

Для всех остальных тел закон излучения Кирхгофа записывается в виде

$$R_{\lambda T} = a_{\lambda T} R_{\lambda T}^0. \quad (3.2)$$

Поскольку для абсолютно черного тела по определению  $a_{\lambda T}^0 = 1$ , то оно является самым лучшим излучателем. Очевидно также, что знание законов излучения абсолютно черного тела дает возможность рассчитать энергию излучения любого тела, если известна его поглощательная способность.

Основываясь на гипотезе о квантовой природе излучения и пользуясь методами статистической физики, М. Планк получил аналитическое выражение функции распределения излучения по длинам волн в спектре абсолютно черного тела при данной температуре. Эта функция, получившая название функции Планка, имеет вид

$$R_{\lambda T}^0 = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T}\right) - 1}, \quad (3.3)$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $k$  – постоянная Больцмана;  $c$  – скорость света. Эту формулу очень часто записывают в виде

$$R_{\lambda T}^0 = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}, \quad (3.4)$$

где  $c_1 = 2\pi h c^2 = 3,74 \cdot 10^{-11}$  Вт·м<sup>2</sup>;  $c_2 = ch/k = 1,4388 \cdot 10^{-2}$  м·К.

Интегрируя функцию Планка по всему интервалу длин волн, получим закон Стефана – Больцмана:

$$R_T^0 = \int_0^\infty R_{\lambda T}^0 d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4, \quad (3.5)$$

где  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,6687 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – постоянная Стефана – Больцмана. Лучистая энергия, излучаемая абсолютно черным телом с 1 м<sup>2</sup>

поверхности в 1 с, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры  $T$  (закон Стефана – Больцмана).

Постоянная Стефана – Больцмана  $\sigma$  была определена опытным путем. Пользуясь известным значением  $\sigma$ , М. Планк впервые нашел постоянную  $h$  по следующей расчетной формуле

$$h = \sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 \sigma}}. \quad (3.6)$$

Графики зависимостей спектральной энергетической светимости от длины волны, описываемой формулой Планка, изображены на рис. 3.1 для некоторых температур. Площади, ограниченные кривыми графиков, определяют интенсивность интегрального излучения. Абсциссы, соответствующие максимумам кривых, определяют максимальные значения монохроматической интенсивности излучения.

Из формулы Планка можно сделать вывод о распределении излучения по длинам волн. Максимум интенсивности излучения определяется из условия

$$\frac{dR_{\lambda T}^0}{d\lambda} = 0,$$

что приводит к выражению вида

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (3.7)$$

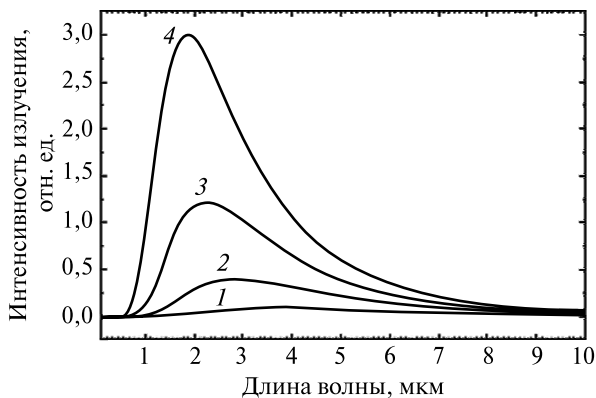


Рис. 3.1. Функция Планка для температур 750 К (1), 1000 К (2), 1250 К (3), 1500 К (4)

где  $b = 0,2897 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$  – постоянная Вина. Это выражение называется законом смещения Вина или первым законом Вина. Длина волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум спектральной излучательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре  $T$ .

Максимум излучения с увеличением температуры смещается в сторону коротких длин волн (первый закон Вина). Подставляя в формулу Планка значение  $\lambda_{\max}$ , имеем

$$R_{\lambda T_{\max}}^0 = c' T^5, \quad (3.8)$$

где  $c' = 1,2910 \cdot 10^{-7} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^5)$ . Максимальная спектральная энергетическая светимость абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени абсолютной температуры  $T$  (второй закон Вина).

**Экспериментальная проверка закона Стефана – Больцмана, определение постоянных Стефана – Больцмана и Планка при помощи оптического пирометра с исчезающей нитью.** Из закона Стефана – Больцмана следует, что количество теплоты, передаваемое единицей площади поверхности абсолютно черного тела, находящегося при температуре  $T$ , в окружающую среду в единицу времени с температурой  $T_{\text{ок}}$ , если эту среду можно рассматривать как абсолютно черное тело, составляет

$$R = \sigma (T^4 - T_{\text{ок}}^4). \quad (3.9)$$

Излучение всех остальных тел подчиняется такой же закономерности, но их излучение для каждой длины волны в  $\epsilon_{\lambda T}$  раз меньше, чем для абсолютно черного тела. Для некоторых тел величина  $\epsilon_{\lambda T}$  постоян-



на для всех длин волн. Такие тела называются серыми. Для серых тел характер распределения энергии излучения подобен спектру абсолютно черного тела. Полное излучение серых тел можно выразить формулой

$$R_T = \epsilon_T \sigma T^4, \quad (3.10)$$

где  $\epsilon_T$  — коэффициент (или степень) черноты данного тела, равный отношению энергетической светимости данного тела к энергетической светимости абсолютно черного тела при той же температуре. Интегральный коэффициент черноты  $\epsilon_T$  зависит от природы тела, состояния его поверхности и от температуры.

Таким образом, зная интегральный коэффициент черноты для данного тела, можно рассчитать энергетическую светимость любого серого и других нечерных тел.

По определению интегральный и спектральный коэффициенты черноты соответственно равны интегральному и спектральному коэффициентам поглощения данного тела, т. е.

$$\epsilon_T = A(T) \text{ и } a_{\lambda T} = \epsilon_{\lambda T}.$$

Эти соотношения вытекают из закона Кирхгофа.

На основании закона Кирхгофа и формул Планка и Стефана — Больцмана для нечерных тел имеем

$$\begin{aligned} R_{\lambda T} &= \epsilon_{\lambda T} R_{\lambda T}^0, \\ R_{\lambda T_{\max}} &= \epsilon_{\lambda_{\max} T} c' T^5. \end{aligned} \quad (3.11)$$

В данной работе измерение температуры раскаленного тела производится при помощи оптического пирометра с исчезающей нитью, основанного на визуальном сравнении яркости раскаленной нити эталонной лампы с яркостью изображения исследуемого тела. Равенство видимых яркостей, наблюдаемых через монохроматический светофильтр ( $\lambda = 0,65$  мкм), фиксируется при исчезновении изображения нити на фоне раскаленного тела.

Пусть имеется черное тело, нагретое до некоторой температуры  $T$ . На фоне этого нагретого тела расположена нить накала специальной пирометрической лампы. Мы рассматриваем нить и тело через светофильтр, выделяющий из спектра обоих объектов излучение определенной длины волны  $\lambda = 0,65$  мкм. Регулируя ток накала нити лампы, можно добиться того, чтобы нить перестала быть видимой, исчезла на фоне раскаленного черного тела. Это имеет место тогда, когда яркости черного тела и нити для используемой длины световой волны сравниваются. Найдем значение тока накала нити лампы пирометра при данных условиях. Выполним операции для нескольких значений температуры черного тела, измеренной при помощи термометра сопротивления или

термопары. Таким путем устанавливается определенное соответствие между значениями температуры черного тела и токами накала нити пирометрической лампы в момент, когда она исчезнет на фоне черного тела. Это будет означать, что мы прокалибруем в шкале температур яркость нити в зависимости от тока накала. После этого можно принять нить лампы пирометра в качестве термометра. В самом деле, пусть надо измерить температуру какого-то нагретого тела. Поместим прокалиброванную нить на фоне тела. Допустим, что это происходит при какой-то силе тока накала нити лампы пирометра. Тогда, пользуясь калибровочным графиком, можно найти соответствующую данному току температуру черного тела, при которой нить раньше исчезала на фоне этого тела. Если тело, температуру которого мы определяем, излучает как черное тело, то это и есть его искомая температура. Если же тело излучает иначе, чем черное тело, то определенное указанным способом значение температуры нуждается в некоторой поправке.

Значение температуры тела, при которой его яркость для определенной длины волны равна яркости черного тела для той же длины волны, называется яркостной температурой тела. Яркостная температура тела всегда ниже его истинной термодинамической температуры. Это связано с тем, что любое нечерное тело излучает меньше, чем абсолютно черное тело при той же температуре. Следовательно, у нечерного тела, имеющего в данный момент яркость, одинаковую с черным телом, истинная термодинамическая температура выше температуры черного тела, т. е. выше той яркостной температуры, которая определяется с помощью нити пирометра, прокалиброванной по излучению абсолютно черного тела. Различие между яркостной и истинной термодинамической температурой тела может быть значительным.

Таким образом, зная яркостную температуру и спектральный коэффициент черноты, можно определить истинную термодинамическую температуру раскаленного тела в монохроматическом свете определенной длины волны по формуле

$$\frac{1}{T_{\text{я}}} - \frac{1}{T_T} = \frac{\ln \frac{1}{\epsilon_T}}{\frac{c_2}{\lambda}}. \quad (3.12)$$

### **Описание экспериментальной установки**

Оптическая схема пирометра и электрическая схема питания исследуемого объекта показана на рис. 3.2.

Температурная лампа (рис. 3.2, а) является эталонным телом накаливания при градуировке или проверке пирометров на яркостные или цветовые температуры и сама градуируется по току. В баллоне темпе-

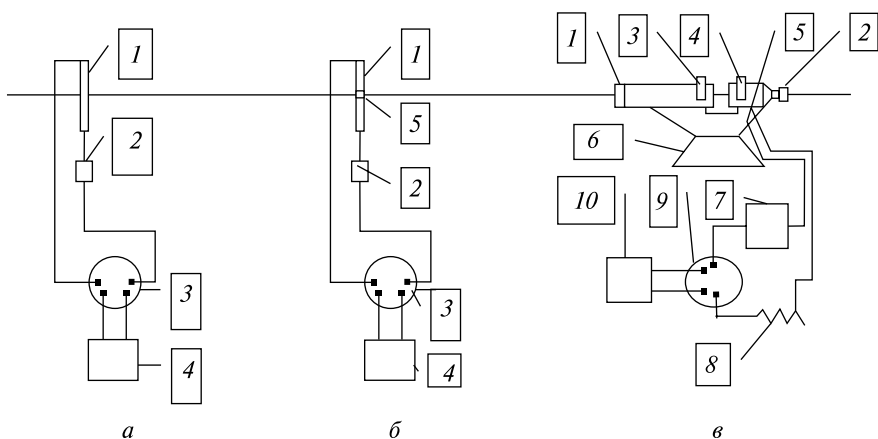


Рис. 3.2. Схема установки:

*а:* 1 – источник света; 2 – источник питания;

3 – образцовое сопротивление; 4 – измеритель напряжения;

*б:* 1 – источник света; 2 – блок питания; 3 – образцовое сопротивление;

4 – измеритель напряжения; 5 – отверстие в модели черного тела;

*в:* 1 – объектив пирометра; 2 – микроскоп с окуляром; 3 – кассета поглотителей; 4 – кассета светофильтров; 5 – нить пирометрической лампы; 6 – основание пирометра, 7 – блок питания; 8 – регулировочное сопротивление; 9 – образцовое сопротивление, 10 – измеритель напряжения

ратурной лампы вольфрамовая лента 1 толщиной 0,02–0,03 мм и шириной 2 мм расположена вертикально. Это положение необходимо поддерживать при любых работах с лампой, а линия визирования должна быть всегда перпендикулярна рабочей части ленты. Время установления стационарного теплового режима для вакуумных ламп составляет 10 мин. Рабочие токи через ленту лампы до 12 А поддерживает стабилизированный источник питания 2. Последовательно с вольфрамовой лентой лампы 1 включено образцовое сопротивление 3. Вместе с измерителем напряжения 4 (вольтметр с пределом на несколько вольт) оно позволяет достаточно точно фиксировать и воспроизводить по току режим работы температурной лампы (яркость и температуру). Для вольфрама соотношения между истинной и яркостной температурами при  $\lambda = 0,65$  мкм приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

### Характеристики излучения вольфрама

$T$	$T_{\text{яр}}$	$T_{\text{цв}}$	$\epsilon_{0,655}$	$\epsilon_{0,467}$	$\epsilon_T$
1000	966	1005	0,456	0,483	0,105

Окончание табл. 3.1

$T$	$T_{\text{яр}}$	$T_{\text{цв}}$	$\varepsilon_{0,655}$	$\varepsilon_{0,467}$	$\varepsilon_T$
1200	1149	1208	0,452	0,478	0,141
1400	1330	1412	0,448	0,475	0,175
1600	1508	1618	0,443	0,471	0,207
1800	1674	1823	0,439	0,469	0,237
2000	1857	2030	0,435	0,466	0,263
2100	1943	2134	0,433	0,465	0,274
2200	2007	2238	0,431	0,463	0,285
2300	2111	2342	0,429	0,462	0,295
2400	2192	2440	0,427	0,461	0,304
2500	2275	2554	0,425	0,460	0,312
2600	2356	2660	0,423	0,459	0,320
2700	2437	2767	0,421	0,457	0,327
2800	2525	2874	0,419	0,456	0,334
2900	2595	2983	0,417	0,455	0,340
3000	2674	3092	0,415	0,454	0,346
3200	2827	3312	0,411	0,452	0,357
3400	2978	3522	0,407	0,450	0,366
3655	3166	—	0,402	0,447	0,376

**Яркостный пирометр.** Лабораторный оптический пирометр типа ЛОП-72 с исчезающей нитью предназначен для определения  $T_{\text{яр}}$ . Схема оптического пирометра приведена на рис. 3.2, в. Объектив 1 и микроскоп с окуляром 2 помещены в тубусе пирометра. В специальном патроне находится пирометрическая лампа 5. Для расширения диапазона измеряемых температур между объективом 1 и пирометрической лампой установлена кассета с ослабляющими поглотителями. Между пирометрической лампой и окуляром находится набор светофильтров, позволяющих производить измерения в монохроматическом свете.

Изображение предмета фокусируется объективом 1 на плоскость нити пирометрической лампы 5. Это сфокусированное изображение предмета и нить лампы 5 видны через окуляр микроскопа. Электрическое питание цепи нити накала пирометра должно осуществляться от

блока питания 7 — стабилизированного источника постоянного тока в интервале 3,5–6 В.

Исследуемый излучатель (рис. 3.2, б) представляет собой компактное нагревательное устройство. Источником света 1 является тонкостенная металлическая трубка (длина 54 мм, наружный диаметр 4 мм, толщина стенки 0,1 мм), в середине наружной поверхности которой имеется отверстие 5 диаметром 1,2 мм. Источник света с подобными параметрами достаточно близок к модели абсолютно черного тела. Измеряемая пирометром яркостная температура трубки тем ближе к действительной температуре, чем лучше соблюдены условия черноты. В данной конструкции модели черного тела степень черноты излучения определяется двумя факторами: однородностью температуры излучающей полости и степенью замкнутости полости. В данной трубчатой модели, накаливаемой электрическим током, однородность температуры всей полости трубки нельзя обеспечить из-за неизбежного оттока тепла к торцам трубки в местах контактов с токоподводами. Если трубка изготовлена из ленты одинаковой толщины, то однородность температурного поля может быть достигнута на тем большем участке длины трубки, чем больше отношение длины трубки к площади ее поперечного сечения. Во избежание появления больших термических напряжений, один из токоподводов трубки выполнен подвижным. Излучатель может располагаться как вертикально, так и горизонтально. Источник питания 2 обеспечивает регулирование и поддержание рабочих токов через излучатель до 80 А. Последовательно с излучателем 1 включается образцовое сопротивление 3 (порядка  $10^{-3}$  Ом). Измеритель напряжения 4 (вольтметр с пределом измерения на несколько вольт) дает возможность контролировать требуемые режимы работы излучателя и вместе с источником питания 2 воспроизводить их.

### Порядок выполнения работы

**З а д а н и е 1.** Тарировка пирометра осуществляется сравнением  $T_{\text{яр}}$  пирометра и  $T_{\text{яр}}$  вольфрамовой ленты при разных значениях тока, проходящего через вольфрамовую ленту и регулируемого источником питания. Постепенно увеличивая ток накала ленты лампы через 0,5–1 А и уравнивая яркости раскаленной ленты лампы и нити пирометра, установите зависимость

$$J \rightarrow T \rightarrow T_{\text{яр}} \rightarrow J_{\text{пир}},$$

используя градуировочный график (рис. 3.3) и табл. 3.1. Постройте графики зависимости  $T=f(T_{\text{яр}})$ ;  $T_{\text{яр}}=f(J_{\text{пир}})$ , где  $J$  — ток накала ленты лампы;  $T$  — ее температура, определяемая из градуировочного графика;  $T_{\text{яр}}$  — яркостная температура лампы, равная яркостной температуре пирометра;  $J_{\text{пир}}$  — ток пирометра.

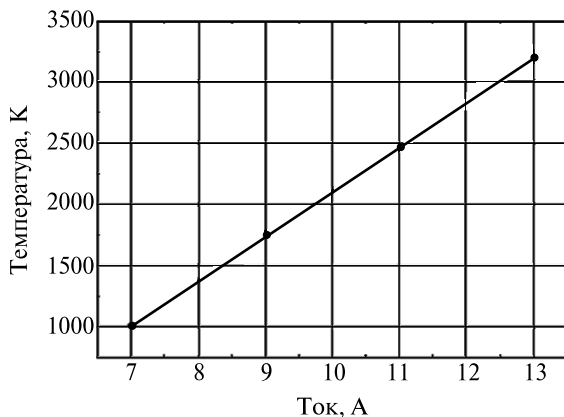


Рис. 3.3. Зависимость температуры от тока для градуировочной лампы

**З а д а н и е 2.** Соберите схему (рис. 3.2, б). Исследуемый источник излучения — никелевая трубка с отверстием посередине — располагается на оптической оси пирометра. Для фиксированных значений тока накала трубки добейтесь установления одинаковой яркости раскаленной трубки и нити пирометра. Измерьте силу тока, напряжение на трубке и ток накала нити пирометра. По графику  $T_{\text{яр}} = f(J_{\text{пир}})$  найдите  $T_{\text{яр}}$ , соответствующие измеренным значениям  $J_{\text{пир}}$ . По формуле (3.12) вычислите истинную термодинамическую температуру никелевой трубки ( $\alpha_T = 0,85$ ).

**З а д а н и е 3.** Определение цветовой температуры излучателя. Цветовую температуру  $T_{\text{цв}}$  излучателя можно выразить через его  $T_{\text{яр1}}$  и  $T_{\text{яр2}}$ , измеренные для двух  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Поскольку для измеряемого интервала температур  $\exp(c_2/\lambda T) \gg 1$ , то уравнение (3.4) можно представить в виде

$$R_{\lambda_1 T} = c_1 \lambda_1^{-5} e^{-c_2/\lambda_1 T_{\text{яр1}}}, \quad R_{\lambda_2 T} = c_1 \lambda_2^{-5} e^{-c_2/\lambda_2 T_{\text{яр2}}}.$$

Отношение этих монохроматических интенсивностей равно отношению монохроматических интенсивностей абсолютно черного тела с  $T_{\text{цв}}$  для тех же двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ :

$$\frac{R_{\lambda_1 T_{\text{яр1}}}}{R_{\lambda_2 T_{\text{яр2}}}} = \frac{R_{\lambda_1 T_{\text{цв}}}^0}{R_{\lambda_2 T_{\text{цв}}}^0}.$$

Подставив в уравнение значение  $R_{\lambda T}$  и преобразуя выражение, получим

$$\frac{1}{T_{\text{цв}}} = \frac{1}{\left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)} \left( \frac{1}{\lambda_1 T_{\text{яр1}}} - \frac{1}{\lambda_2 T_{\text{яр2}}} \right).$$

Подставив значения  $T_{\text{яp1}}$  и  $T_{\text{яp2}}$  для красного ( $\lambda = 0,65$  мкм) и зеленого ( $\lambda = 0,54$  мкм) светофильтров, определим  $T_{\text{цв}}$ .

**З а д а н и е 4.** Определите зависимость  $T_{\text{яp}} = f(J_{\text{пир}})$  при использовании светофильтра ( $\lambda = 0,65$  мкм) и поглотителя. Поглотитель уменьшает яркость исследуемого объекта в определенное число раз. Для одного и того же значения тока накала трубки определите ее  $T_{\text{яp}}$  без поглотителя и с поглотителем. Поскольку

$$R_{\lambda T} = \varepsilon_{\lambda} R_{\lambda T_{\text{яp1}}}^{\text{пир}}$$

и

$$\frac{R_{\lambda T}}{n} = \varepsilon_{\lambda} R_{\lambda T_{\text{яp2}}}^{\text{пир}},$$

то используя уравнение (3.4), получим

$$\ln n = \frac{c_2}{\lambda} \left( \frac{1}{T_{\text{яp2}}} - \frac{1}{T_{\text{яp1}}} \right),$$

из которого по данным измерения  $T_{\text{яp}}$  пирометра определим степень ослабления поглотителя.

**З а д а н и е 5.** Для каждого значения термодинамической температуры определяется расходуемая для нагревания объекта мощность, и результаты измерений представляются в виде  $P = f(T)$ . Приравнявая эту мощность количеству энергии, теряемой объектом за единицу времени, и используя закон Стефана – Больцмана, получаем

$$P = JU = \sigma S [\varepsilon(T) T^4 - \varepsilon(T_{\text{окр}}) T_{\text{окр}}^4],$$

где  $T_{\text{окр}}$  – температура окружающей среды. Если  $T_{\text{окр}}$  близка к комнатной, а температура полости больше  $10^3$  К, то можно положить  $T^4 \gg T_{\text{окр}}^4$  и

$$P \approx \sigma S \varepsilon(T) T^4,$$

где  $S$  – общая площадь поверхности излучателя. Отсюда

$$\sigma = \frac{P}{S \varepsilon(T) T^4}.$$

Полагая для никеля  $\varepsilon(T) = 0,85$  в интервале температур 1000–1500 К, по формуле

$$h = \sqrt[3]{\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 \sigma}}$$

определяется численное значение постоянной Планка. Здесь  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К. Табличное значение  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

В заключение оценивается точность измерений  $\sigma$ ,  $h$  и  $T$ .

### **3.2. ПРИМЕНЕНИЕ ИНФРАКРАСНОГО ПИРОМЕТРА В ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Данный цикл работ посвящен изучению законов теплового излучения тел, процессов радиационного и конвективного теплообмена, методов измерения температуры с помощью инфракрасного (ИК) пирометра; определению излучательной и поглощательной способности различных поверхностей; исследованию двумерных температурных полей различных образцов, определению коэффициентов тепло- и температуропроводности материалов.

Окружающую нас тепловую обстановку создают самые разнообразные источники, выделяющие тепло. Измерение различных теплофизических величин, характеризующих эти источники, — важная задача энергетики, теплотехники и теплофизики. К таким величинам относятся температура, коэффициенты радиационного и конвективного теплообмена, коэффициенты тепло- и температуропроводности.

Измерение температуры осуществляется высокочувствительными датчиками: термopарами, термометрами, терморезисторами и др. Однако существуют такие ситуации, когда использование вышеуказанных преобразователей не позволяет оценить температурное поле объекта, например, распределение температуры на отдельных участках детали. При измерении температурных полей энергетического оборудования и машин, объектов живой природы и сооружений используются инфракрасные датчики, жидкие кристаллы, термочувствительные краски и пленки.

В процессах излучения зависимость величины теплового потока от температуры значительно большая, чем в процессах теплопроводности и конвекции. Вследствие этого при высоких температурах основным видом переноса теплоты может быть тепловое излучение.

Нагретые объекты являются источником инфракрасного излучения. Границы этого излучения соответствуют диапазону между видимым для человеческого глаза участком спектра и радиоволнами (0,76 мкм—1 мм). В инфракрасной области спектра сосредоточена значительная часть излучения тел, нагретых от 4,2 до 2500—3000 К. Это значит, что большинство практически значимых явлений и процессов можно изучать, анализируя величину и распределение энергии, излучаемой объектами в ИК-диапазоне. В энергии этой области спектра заключена важнейшая информация о структуре, химическом составе и свойствах вещества.

Излучение тел обусловлено сложными внутриатомными процессами, в результате которых энергия различных видов преобразуется



в энергию электромагнитных колебаний с различными длинами волн — рентгеновского, ультрафиолетового, светового и инфракрасного излучений. Температурам, характерным для теплотехнических процессов, соответствует диапазон длин волн от 0,4 до 40 мкм и включает световое (видимое) (0,4—0,8 мкм) и инфракрасное (0,8—40 мкм) излучение. Известные из оптики законы распространения, отражения и преломления видимого света справедливы и для инфракрасных лучей.

Радиационный поток, падающий на тело, частично им отражается, частично поглощается и пропускается телом. Тело, отражающее всю падающую на него радиационную энергию, называется абсолютно белым. Тело, поглощающее все падающие на него лучи, называется абсолютно черным. Тело, полностью пропускающее падающий на него радиационный поток, называется абсолютно прозрачным или диатермичным. В природе не встречаются тела, полностью соответствующие этим трем крайним случаям. Но есть тела, которые близко подходят к ним, например, у полированных металлов коэффициент отражения равен  $\sim 0,97$ ; нефтяная сажа, бархат имеют коэффициент поглощения  $\sim 0,95$ — $0,96$ ; двухатомные газы  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2$  имеют коэффициент пропускания  $\sim 1$ . Воздух также является практически прозрачной средой, но при наличии в нем паров воды или углекислоты прозрачность его становится значительно меньшей.

Многие тела диатермичны лишь для определенных длин волн. Например, оконное стекло пропускает световые лучи и почти непрозрачно для ультрафиолетовых и инфракрасных лучей, кварц диатермичен для ультрафиолетового и светового излучения и непрозрачен для инфракрасного.

Если коэффициент поглощения тела не зависит от длины волны при любых температурах, то оно называется серым. Реальные тела приближенно можно считать серыми, причем у металлов коэффициент поглощения (средний по длинам волн) растет с температурой, а у неметаллов уменьшается. Для поглощения и отражения теплового излучения основное значение имеет не цвет, а состояние поверхности тела, например, белая поверхность хорошо отражает лишь световые лучи, а невидимое инфракрасное излучение она поглощает так же хорошо, как и темная поверхность.

Поверхность тела называется зеркальной, если она отражает падающие на него лучи в определенном направлении, составляющем с нормалью угол, равный углу падения. Поверхность называется матовой, если отраженные лучи рассеиваются по всем направлениям.

Основные законы и соотношения теплового излучения нагретых тел применимы для равновесного излучения.

Закон Стефана – Больцмана для реальных тел может быть записан в виде

$$R = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma (T^4 - T_0^4),$$

где  $\varepsilon_{\text{пр}}$  – приведенный коэффициент излучения поверхностей, участвующих в теплообмене.

Для определения  $\varepsilon_{\text{пр}}$  можно рассмотреть три случая:

1) для двух параллельных поверхностей, расстояние между которыми мало по сравнению с их размерами, приведенный коэффициент излучения равен

$$\varepsilon_{\text{пр}1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}, \quad (3.13)$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – коэффициенты излучения поверхностей;

2) одна поверхность со всех сторон окружена другой поверхностью. Если меньшая поверхность имеет площадь  $S_1$ , а большая  $S_2$ , величина  $\varepsilon_{\text{пр}}$  равна

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)};$$

3) поверхности малы или велико расстояние между ними; часть отраженного излучения, возвращающегося на излучающую поверхность, становится незначительной. В этом случае коэффициент  $\varepsilon_{\text{пр}}$  равен

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (3.14)$$

Закон Стефана – Больцмана определяет общее количество энергии, излучаемой телом по всем направлениям. Однако распределение энергии неодинаково по различным направлениям. Согласно закону Ламберта, энергия, излучаемая телом в направлении, составляющим с нормалью к поверхности угол  $\varphi$ , определяется соотношением

$$E_{\varphi} = E_n \cos \varphi, \quad (3.15)$$

где  $E_n$  – энергия, излучаемая в направлении нормали к поверхности тела ( $\varphi = 0$ ).

Интегрирование последнего равенства в пределах от 0 до  $2\pi$  дает соотношение  $E_n = E/\pi$ , то есть энергия, излучаемая в направлении нормали к поверхности, в  $\pi$  раз меньше полной энергии, излучаемой телом. Закон Ламберта справедлив для абсолютно черного тела. У серых шероховатых поверхностей этот закон подтверждается лишь в пределах  $\varphi = 0 \div 60^\circ$ . Наибольшее отклонение от этого закона наблюдается для полированных поверхностей.

Часть энергии, излучаемой абсолютно черной поверхностью  $dS_1$  и поглощаемой черной поверхностью  $dS_2$ , прямо пропорциональна проекции  $dS_1$  на  $dS_2$ , проекции  $dS_2$  на  $dS_1$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния между этими поверхностями

$$dQ = E_n \frac{dS_1 \cos \varphi_1 dS_2 \cos \varphi_2}{r^2}. \quad (3.16)$$

Правило обратной пропорциональности передаваемой энергии от квадрата расстояния между поверхностями не выполняется, когда источники излучения имеют большие размеры по сравнению с расстоянием  $r$ . Для бесконечно большого источника влияние расстояния вообще исчезает. Поэтому, например, показания пирометра, служащего для измерения температуры, не зависят от расстояния до тех пор, пока поверхность, температура которой измеряется, закрывает все поле зрения или относительно очень велика.

Одним из способов защиты от излучения служит экранирование, имеющее широкое применение. Если между двумя параллельными поверхностями, находящимися в прозрачной среде и имеющими температуры  $T_1$  и  $T_2$  (причем,  $T_1 > T_2$ ), поставить перегородку, то она нагреется до некоторой промежуточной температуры  $T_3$ . Допустим, что все площади этих поверхностей равны между собой и имеют одинаковые коэффициенты излучения

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon.$$

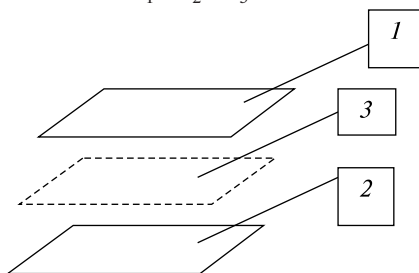


Рис. 3.4. Радиационный теплообмен поверхностей:  
1, 2 – поверхности с температурой  $T_1$  и  $T_2$  соответственно; 3 – экран

Плотность теплового потока, излучаемая поверхностью 1 в сторону поверхности 3 (рис. 3.4), составляет

$$q_{1,3} = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 \right], \quad (3.17)$$

где  $C_0 = \sigma \cdot 10^8$ ,

а поверхностью 3 в сторону поверхности 2

$$q_{3,2} = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (3.18)$$

При установившемся теплообмене

$$\begin{aligned} q_{1,3} &= q_{3,2} \\ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 &= \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4, \\ 2 \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 &= \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4, \\ \left( \frac{T_3}{100} \right)^4 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$q_{1,3} = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{1}{2} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{1}{2} \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (3.19)$$

$$q_{1,3} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (3.20)$$

Если бы не было экрана 3, то теплообмен между поверхностями 1 и 2 описывался бы уравнением

$$q_{1,2} = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (3.21)$$

Таким образом, получаем, что

$$q_{1,3} = q_{2,3} = \frac{1}{2} q_{1,2}, \quad (3.22)$$

т. е. установка одного экрана вызывает уменьшение радиационного потока вдвое. Подобным образом установка  $n$  экранов вызовет уменьшение теплового потока в  $(n + 1)$  раз. При этом достигается тем более высокий суммарный эффект, чем ниже излучательная способность материала, тогда значение  $\varepsilon_{\text{пр}}$  также мало. На описанном действии экранирования при слабой теплопроводности слоев воздуха основано дей-

ствие изоляции из альфоля (алюминиевой фольги), применяемого при работе с высокими температурами.

Кроме радиационного теплообмена, большой интерес в исследовательской практике представляет конвективный теплообмен и, в частности, теплообмен поверхностей тел с окружающей средой.

При конвективном теплообмене перенос теплоты осуществляется одновременно конвекцией и теплопроводностью. Плотность теплового потока при этом равна

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T + \rho \vec{v} h, \quad (3.23)$$

где  $v$  — скорость движения потока;  $h$  — удельная энтальпия;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\rho$  — плотность среды.

Процесс теплообмена поверхности со средой носит название процесса теплоотдачи. Для него справедлив закон Ньютона — Рихмана

$$q = \alpha(T_{\text{п}} - T_c) = \alpha \Delta T. \quad (3.24)$$

Величина  $\alpha$  называется коэффициентом теплообмена,  $\Delta T$  — температурный напор (разность температур поверхности и среды).

Процесс конвективного теплообмена описывается уравнениями энергии, движения и неразрывности.

Уравнение, описывающее температурное поле в движущейся среде, называется уравнением энергии

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\omega_v}{\rho c_p}. \quad (3.25)$$

Уравнение энергии можно записать в виде

$$\frac{dT}{d\tau} = a \nabla^2 T + \frac{\omega_v}{\rho c_p}, \quad (3.25')$$

где  $\omega_v$  — объемная плотность энергии внутренних тепловых источников.

Если  $v_x = v_y = v_z = 0$ , то уравнение энергии переходит в уравнение теплопроводности.

Уравнение движения основано на втором законе Ньютона. В случае свободной конвекции оно представляется в виде

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{g} \beta \theta - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v}, \quad (3.26)$$

где  $\beta = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \theta}$  — температурный коэффициент объемного расширения среды;  $\theta = T_1 - T_2$ ,  $T_1$  и  $T_2$  — температуры, соответствующие плотностям  $\rho_0$  и  $\rho$ .

Уравнение неразрывности является уравнением сохранения массы и представляется в виде

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (3.27)$$

или

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0. \quad (3.27')$$

Таким образом, процесс конвективного теплообмена в несжимаемой однородной среде с постоянными физическими параметрами описывается системой дифференциальных уравнений (3.23), (3.25), (3.26) и (3.27).

Система дифференциальных уравнений совместно с условиями однозначности представляет собой математическую формулировку краевой задачи.

Из-за сложности процессов конвективного теплообмена при его изучении особенно широко используются методы экспериментального исследования и теория подобия.

Основными безразмерными комплексами в теории конвективного теплообмена являются:

$Nu = \frac{\alpha \cdot l_0}{\lambda}$  — критерий Нуссельта ( $l_0$  — характерный размер поверхности);  $Bi = \frac{\alpha h}{\lambda}$  — число Био ( $h$  — толщина образца);  $Pr = \frac{\nu}{a}$  — число Прандтля;  $Re = \frac{v_0 \cdot l_0}{a}$  — критерий Пекле;  $Re = \frac{v_0 \cdot l_0}{\nu}$  — критерий Рейнольдса;  $Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \theta \cdot l_0^3}{\nu^2}$  — критерий Грасгофа.

Около нагретых и охлажденных свободно расположенных поверхностей возникают конвективные потоки, которые определяют интенсивность теплообмена между поверхностями и воздухом. Движение среды, вызванное разностью ее плотности в поле внешних сил, обычно называют свободной конвекцией (рис. 3.5). Такими внешними силами являются силы тяжести, а разность плотностей обусловлена перепадом температуры между поверхностью твердого тела и средой.

Коэффициент теплоотдачи на вертикальной поверхности может быть рассчитан по следующим эмпирическим формулам:

- для ламинарного режима  $[(Gr \cdot Pr)_x \leq 10^9, q = \text{const}]$

$$Nu_x = \alpha_x x / \lambda = 0,60 (Gr \cdot Pr)_x^{1/4} \epsilon_T; \quad (3.28)$$

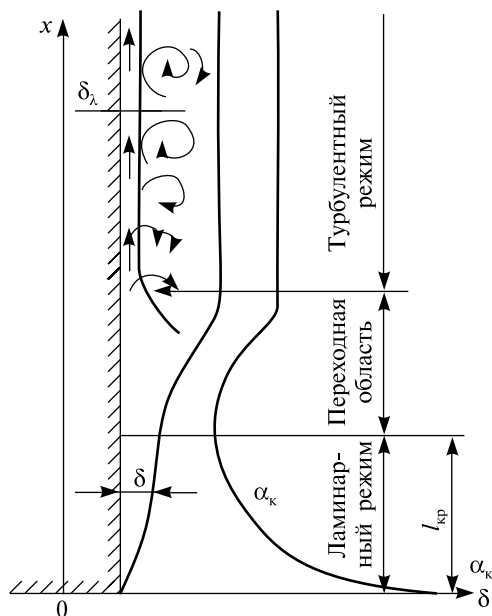


Рис. 3.5. Пограничные слои  
в режиме свободной конвекции  
на вертикальной стенке

- для турбулентного режима  $[(Gr \cdot Pr)_x > 10^9]$

$$Nu_x = \alpha_x x / \lambda = 0,15(Gr \cdot Pr)_x^{1/3} \epsilon_T, \quad (3.29)$$

причем  $\epsilon_T = (Pr/Pr_{ст})^{0,25}$  есть поправка на изменение физических свойств в зависимости от температуры; для газов принимают  $\epsilon_T = 1$ .

Определяющей температурой, по которой выбираются значения физических параметров теплоносителя, является температура среды вдали от стенки. Исключение составляет величина  $Pr_{ст}$  — индекс «ст» указывает, что в данном случае число Прандтля для теплоносителя должно быть взято при температуре, равной температуре стенки.

Теплоотдача при ламинарном режиме зависит от граничных условий на стенке: при постоянной температуре поверхности значение  $\alpha_x$  примерно на 14 % ниже, чем при постоянной плотности теплового потока на стенке. Для турбулентного режима такая зависимость практически не проявляется.

Интенсивность теплообмена зависит от толщины пограничного слоя. Значение  $\delta$  минимально в начале поверхности, где теплообмен

наибольший. По направлению движения  $\delta$  возрастает, а интенсивность теплообмена уменьшается.

Уравнение для  $\alpha_x$  при температуре воздуха 20 °С и турбулентном режиме течения имеет вид

$$\alpha_x = 1,43\sqrt[3]{\Delta t}. \quad (3.30)$$

Как видно из формулы (3.30),  $\alpha$  не зависит от геометрического параметра  $x$  и остается неизменным для всей области турбулентного режима. Среднее значение коэффициента  $\alpha$  в этой области равно

$$\alpha = \alpha_x = 1,43\sqrt[3]{\Delta t}. \quad (3.31)$$

Все рассмотренные формулы, в том числе и (3.31), записаны для вертикальной свободно расположенной поверхности.

Экспериментально установлено, что при горизонтальном расположении нагретой или охлажденной свободной поверхности для расчета среднего значения коэффициента конвективного теплообмена также можно пользоваться формулой (3.31), но при этом числовое значение коэффициента в ней должно быть изменено так, как это показано в табл. 3.2.

Таблица 3.2

**Значения численного коэффициента в формуле (3.31)  
для разных положений свободной поверхности**

Положение поверхности	Значение численного коэффициента
Вертикальное	1,43
Горизонтальная поверхность, обращенная вверх: нагретая охлажденная	1,86 1,0
Горизонтальная поверхность, обращенная вниз: нагретая охлажденная	1,0 1,86

Движение воздуха в режиме свободной конвекции около нагретых или охлажденных горизонтальных поверхностей происходит иначе, чем около вертикальных. Если горячая поверхность обращена вверх или холодная вниз, то движение воздуха около них происходит, как это показано на рис. 3.6, *а*. При больших размерах поверхности воздух может подводиться к ее средней части только по нормали. Возникает



так называемый сахара-эффект, при котором воздух опускается к поверхности по границам своеобразных шестигранников и, нагревшись, поднимается в центрах этих шестигранников. К границам поверхностей воздух подтекает беспрепятственно. При увеличении размеров горизонтальной поверхности средний коэффициент конвективного теплообмена уменьшается за счет осложненного подвода воздуха к ее центральной части.

Для нагретой горизонтальной поверхности, обращенной вниз, или холодной, обращенной вверх, движение воздуха показано на рис. 3.6, б. Интенсивности движения воздуха и теплообмена в этом случае незначительны. Здесь, так же как и в первом случае, с увеличением площади осложняется подвод воздуха, и средний коэффициент конвективного теплообмена уменьшается.

При небольших изменениях определяющей температуры численные значения коэффициентов изменяются незначительно (при повышении температуры на  $10^\circ\text{C}$  численный коэффициент в формуле (2.13) уменьшается примерно на 1 %).

В предположении о равномерном движении слоя под действием уравновешивающих друг друга архимедовой силы и силы вязкого трения на стенке справедливо общее уравнение подобия  $Nu = c(Gr \cdot Pr)^n$ . Числовые значения констант  $c$  и  $n$  приведены в табл. 3.3.

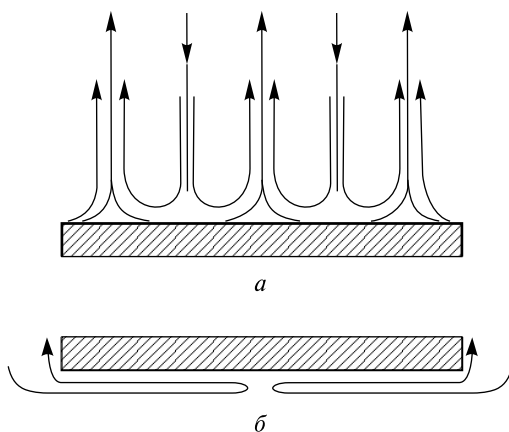


Рис. 3.6. Движение воздуха при свободной конвекции около горизонтальной нагретой поверхности, обращенной нагретой стороной вверх (а) и вниз (б)

Таблица 3.3

Числовые значения констант  $c$  и  $n$  в зависимости от величины  $Gr \cdot Pr$ 

Величина $Gr \cdot Pr$	$c$	$n$
$10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,18	0,125
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
$2 \cdot 10^7 - 10^{13}$	0,135	0,33

Приведенное критериальное соотношение справедливо для сред, у которых  $Pr \geq 0,7$ . Для труб в качестве определяющего размера в критериях принимается диаметр, для стенок — высота. В области значений  $(Gr \cdot Pr) < 10^{-3}$  критерий  $Nu$  практически сохраняет постоянное значение, равное примерно 0,5 ( $\alpha = 0,5\lambda/d$ ), т. е. в этих условиях процесс теплообмена происходит за счет теплопроводности. Три значения показателя степени  $n = 0,125; 0,25$  и  $0,33$  соответствуют трем режимам движения среды: ламинарному (0,125), переходному (0,25) и турбулентному (0,33). Последний режим отличается тем, что при  $n = 0,33$  коэффициент теплообмена перестает зависеть от определяющего геометрического размера тела. В этом случае

$$\alpha = c\lambda \left( \frac{g\beta\Delta t}{va} \right)^{1/3}.$$

Это значит, что в этих условиях геометрический параметр не влияет на интенсивность процесса теплообмена.

**Теплообмен при вынужденной конвекции.** Предположим, что среда движется вдоль поверхности в направлении горизонтали (ось  $x$ ) под действием вынуждающей силы. Если измерить скорость движения газа в направлении нормали (ось  $y$ ), то получим кривую распределения скорости вдоль оси  $y$ . Скорость на поверхности тела равна нулю.

В направлении оси  $y$  скорость движения увеличивается, а затем, начиная с некоторого расстояния  $\delta$  от поверхности, почти не изменяется. Следовательно, основной перепад скорости движения от значения, равного нулю, до величины  $v_c$ , соответствующей скорости вдали от стенки (основной поток среды), происходит в слое толщиной  $\delta$ , который называется пограничным слоем (рис. 3.7). Причиной постепенного уменьшения скорости от  $v_c$  до 0 является вязкость, т. е. способность среды оказывать сопротивление относительному перемещению ее частиц благодаря молекулярному хаотическому движению.

Следовательно, весь поток среды можно разделить на две области: пограничный слой, где проявляется действие сил вязкости, и основной

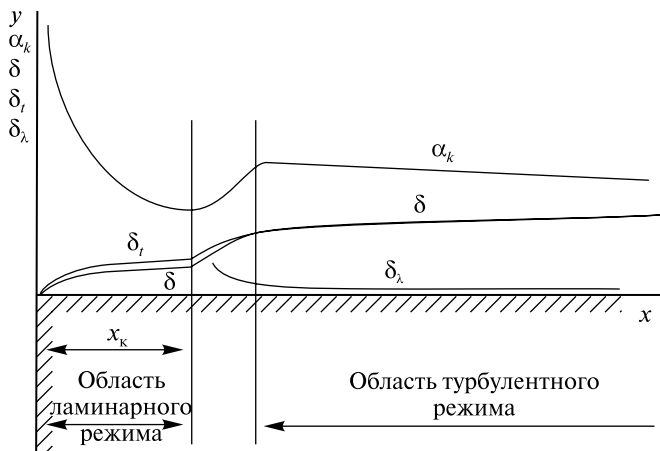


Рис. 3.7. Пограничные слои  
в условиях вынужденной конвекции

поток, где вязкостью можно пренебречь, а движущуюся среду рассматривать как идеальную.

По характеру движения среды различают ламинарное и турбулентное движения. Теплообмен в турбулентном потоке происходит более интенсивно по сравнению с ламинарным потоком.

Толщина пограничного слоя непрерывно увеличивается вдоль поверхности пластины, начиная от нуля у переднего края. На некотором расстоянии  $x_k$  от переднего края режим движения в пограничном слое меняется, переходя от ламинарного к турбулентному. При увеличении скорости значение критического расстояния  $x_k$  уменьшается, но произведение  $v_c x_k$  при этом остается постоянным.

Переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при определенном значении  $\frac{v_c x_k}{\nu}$ , т. е. характеризуется критическим значением критерия Рейнольдса.

Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный происходит не сразу, а постепенно, с наличием переходной области. В этой области вначале возникают колебания со сравнительно большой длиной волны, движение в пограничном слое становится неустойчивым. Затем волны приобретают неправильную форму, превращаются в завихрения и, наконец, совсем размываются, приобретая характер умеренного турбулентного движения. Переходная зона трудно поддается изучению, поскольку в ней имеют место неправильные флуктуации.

Для пластины, нагреваемой по всей длине, критериальное соотношение для ламинарной области имеет вид

$$\text{Nu}_x = 0,469 \text{Pr}^{0,33} \text{Re}_x^{0,5}. \quad (3.32)$$

Эксперименты по теплоотдаче пластины при обтекании ее воздухом при ламинарном движении ( $\text{Re} < 10^5$ ), проведенные разными авторами, дают следующее соотношение для среднего по поверхности критерия  $\text{Nu}$ :

$$\text{Nu}_c = 0,70 \text{Re}_c^{0,5} \text{Pr}^{0,33}, \quad (3.33)$$

где индекс «с» означает, что величины физических параметров взяты при начальной температуре среды.

Для турбулентного течения при постоянной плотности теплового потока на пластине критериальное соотношение имеет вид

$$\text{Nu}_x = 0,031 \text{Re}_x^{0,8} \text{Pr}^{0,4}. \quad (3.34)$$

Третий способ передачи тепла называется **теплопроводностью**. Основной задачей теории теплопроводности является нахождение температурного поля исследуемых тел.

Анализ характера пространственно-временных изменений температуры позволяет определить теплофизические характеристики материалов экспериментальными методами.

Метод импульсного плоского теплового источника позволяет рассчитывать коэффициенты тепло- и температуропроводности материалов, из которых изготовлены образцы. Расчетное соотношение для коэффициента температуропроводности имеет вид

$$a = \frac{x^2 \left( \frac{1}{\tau_{\max} - \tau_0} - \frac{1}{\tau_{\max}} \right)}{2 \ln \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_0}}, \quad (3.35)$$

где  $\tau_{\max}$  — время достижения максимального значения температуры в точке, находящейся на расстоянии  $x$  от нагревателя;  $\tau_0$  — длительность теплового импульса.

Для комплексного определения теплофизических характеристик используется также метод регулярного режима.

Температурное поле неограниченной пластины в случае действия в центральной области плоского теплового источника постоянной мощности представляется уравнением

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{q(h-x)}{\lambda} - \frac{2qh}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\mu_n^2} \cos\left(\mu_n \frac{x}{h}\right) e^{-\mu_n^2 \text{Fo}}, \quad (3.36)$$

где  $\text{Fo} = \frac{a\tau}{h^2}$  – критерий Фурье;  $x$  – расстояние от нагревателя до точки размещения термопары;  $h$  – толщина пластины;  $q$  – плотность теплового потока;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\text{Bi} = \frac{\alpha h}{\lambda}$  – критерий Био;  $\mu_n$  – корни характеристического уравнения  $\text{ctg} \mu = \frac{\mu}{\text{Bi}}$ .

При  $\text{Fo} \rightarrow \infty$  (практически при  $\text{Fo} \rightarrow 2$ ) сумма членов ряда (3.36) пренебрежимо мала по сравнению со стационарной составляющей (первое слагаемое (3.36)). Поэтому

$$\Delta T_{\text{ст}} = T_{\text{ст}}(x, \infty) - T_0 = \frac{q}{\lambda}(h-x). \quad (3.37)$$

Коэффициент теплопроводности вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{qh}{\Delta T_{\text{ст}}} = \frac{IUh}{\Delta T_{\text{ст}} \cdot 2S}, \quad (3.38)$$

где  $I$  – сила тока;  $U$  – напряжение;  $S$  – площадь поверхности образца.

В регулярном режиме при реализации граничных условий I рода коэффициент температуропроводности определяется из соотношения

$$a = \frac{h^2}{\mu_1^2} \frac{\ln(\Delta T_{\text{ст}} - \Delta T_1) - \ln(\Delta T_{\text{ст}} - \Delta T_2)}{(\tau_2 - \tau_1)} = \frac{h^2}{\mu_1^2} m, \quad (3.39)$$

где  $\Delta T_{\text{ст}}$  – избыточная стационарная температура;  $\Delta T_1, \Delta T_2$  – избыточные текущие температуры;  $m$  – темп изменения температуры;  $\mu_1 = \frac{\pi}{2}$ .

В регулярном режиме при граничных условиях III рода необходимо определить коэффициент теплообмена (теплоотдачи), рассчитать критерий Био и определить первый корень характеристического уравнения. Подставив его в (3.39), можно рассчитать коэффициент температуропроводности материала образца.

**Описание измерительного блока.** Термометр «Raynger» представляет собой радиационный пирометр для дистанционного измерения температуры. Принцип действия основан на измерении интегральной плотности излучения тел в инфракрасной области спектра. Излучение тел проходит через оптическую систему прибора, поглощается его

приемной частью и преобразуется в значение температуры. Индикация этих значений осуществляется в цифровой или графической форме на жидкокристаллическом дисплее или выводится на экран ПЭВМ.

При проведении измерений для получения зависимости  $T = f(\tau)$  в данной точке исследуемой поверхности, необходимо запустить программу «Data Temp MX», главное окно которой представлено на рис. 3.8.

Нажав кнопку «Начать/остановить измерение», начать измерение температуры с помощью пирометра (на экране монитора график красного цвета) и эталонной термопары (на экране монитора график синего цвета). Кнопкой «Начать/остановить запись» начать регистрацию и запись температуры в таблицу.

Проведя необходимые измерения, остановить процесс регистрации данных повторным нажатием кнопки «Начать/остановить запись». В пункте меню «Файл» выбрать команду «Экспорт», которая перешлет полученные экспериментальные данные в файл.

Сохраненные результаты могут быть экспортированы для дальнейшей обработки и расчетов.

Используемый в лабораторной работе двухкоординатный стол на линейных шаговых двигателях позволяет осуществлять двумерное сканирование по координатам  $x$  и  $y$  поля размером  $196 \times 196 \text{ мм}^2$ . Минимально возможное перемещение по обеим координатам составляет

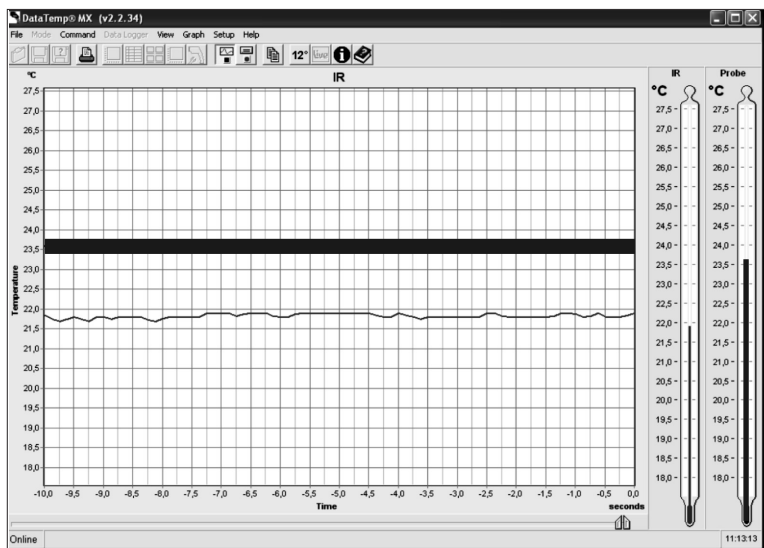


Рис. 3.8. Главное окно программы «Data Temp MX»

200 нм, что позволяет применять стол не только для изучения двумерных температурных полей, но и решения многих других исследовательских задач.

Управление двухкоординатным столом осуществляется с помощью специального блока, связанного через последовательный порт с персональным компьютером. Пользовательская программа позволяет одновременно управлять процессом сканирования и считывать данные с пирометра. В главном окне (рис. 3.9) программы пользователем задаются размер области сканирования и шаг сканирования.

Меню «Настройки» (рис. 3.10) позволяет дополнительно изменять скорость сканирования, направление «змейки» сканирования, длительность задержки в каждой точке, включать/выключать режим дополнительного измерения температуры термопарой. Некоторые пункты меню, отмеченные звездочкой, могут быть изменены только при введении пароля. Это связано с тем, что неправильное задание некоторых параметров может привести к некорректной работе измерительной

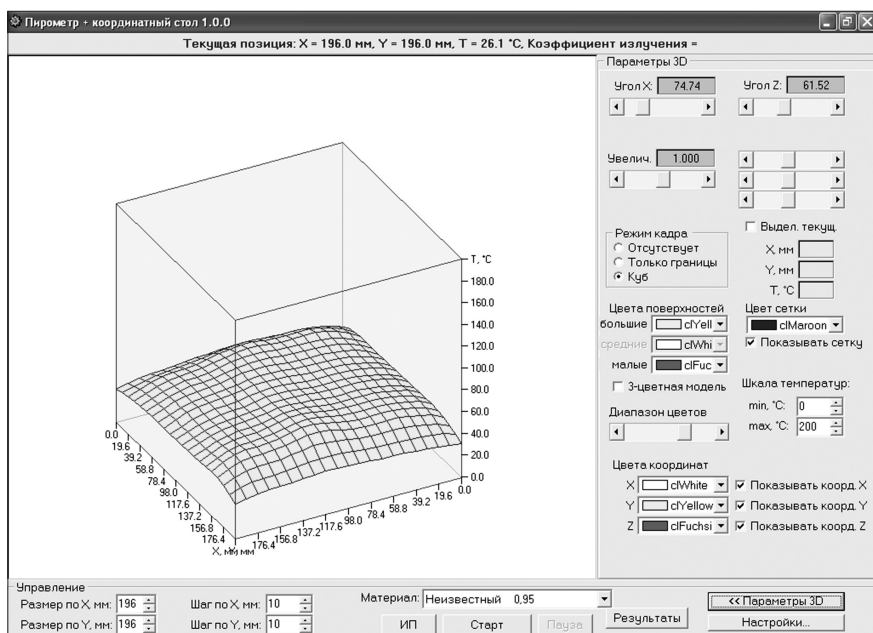


Рис. 3.9. Главное окно пользовательской программы для работы с двухкоординатным столом и пирометром (окно в процессе работы программы)

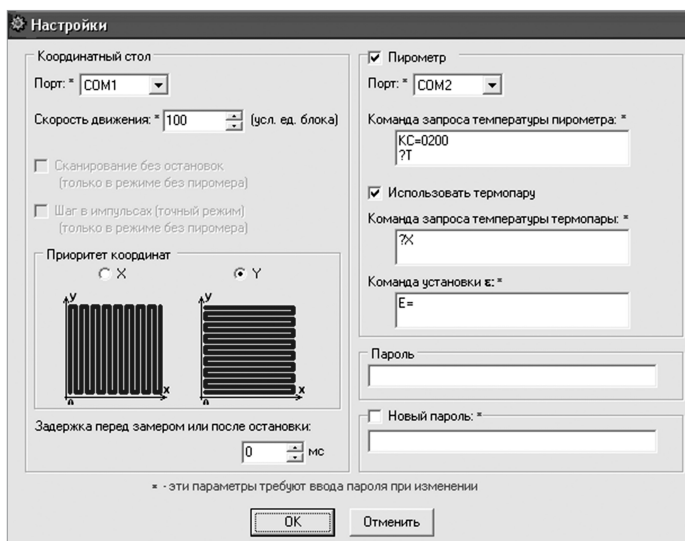


Рис. 3.10. Окно меню «Настройки» пользовательской программы для работы с двухкоординатным столом и пирометром (окно после загрузки программы)

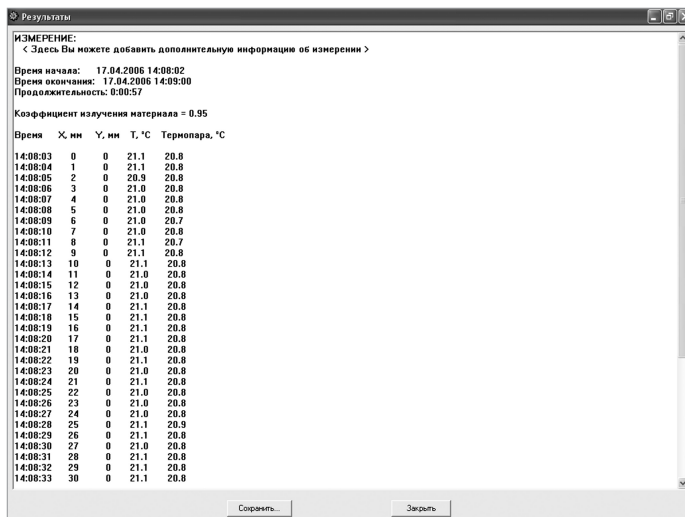


Рис. 3.11. Окно, содержащее результаты измерений распределения температуры, сохраненные в файл данных



системы. В частности, не рекомендуется устанавливать скорость движения стола более 100 условных единиц.

Для начала сканирования следует нажать кнопку «Старт», которая становится активной лишь после возвращения стола в исходное положение (это достигается нажатием кнопки «ИП»). Процесс сканирования может быть приостановлен (кнопка «Пауза»), после чего возобновлен («Продолжить») или же прекращен («Стоп»).

Результаты измерения отображаются на экране монитора (рис. 3.11) и могут быть по желанию пользователя записаны в файл в виде совокупности значений  $(T_i, x_i, y_i)$ , как показано на рисунке. Для этого следует нажать на кнопку «Результаты».

При проведении измерения временной зависимости температуры в некоторой точке, необходимо выполнить следующие действия: перевести двухкоординатный стол в необходимое положение, прекратить его движение, в меню «Настройки» снять галочку в поле «Пирометр», после чего запустить программу «Data Temp MX» и работать с ней.

## **Изучение радиационных свойств поверхностей**

### **Порядок выполнения работы**

1. Повысьте температуру исследуемых образцов до 30–60 °С, используя нагреваемую электрическим нагревательным элементом пластину. Измерьте пирометром и термопарой радиационную и термодинамическую температуру образцов, изготовленных из разных материалов. Измерьте температуру поверхностей тел, окружающих исследуемый образец. Рассчитайте величину коэффициента излучения поверхностей исследуемых тел. Сравните полученные значения с табличными. Объясните отклонения расчетных значений от табличных. Сравните излучательную способность металлов и неметаллов.

2. Исследуйте интенсивность излучения поверхностей под разными углами. Проверьте выполнение закона Ламберта и объясните отклонения от этого закона в случае металлических и диэлектрических поверхностей.

3. Изменяя расстояние между излучающей поверхностью и объективом пирометра, исследуйте зависимость интенсивности излучения от расстояния.

4. Исследуйте радиационный теплообмен двух параллельных поверхностей. Убедитесь в уменьшении радиационных потоков в случае применения одного (двух) металлических экранов.

## Исследование теплофизических процессов

В работе исследуются температурные поля образцов, изготовленных из различных материалов. В качестве источников тепла используются электрические нагревательные элементы.

Образцы размещаются в ячейке, закрепленной на столике. Образцы больших размеров помещаются на двухкоординатном столе. Определив коэффициент излучения поверхности исследуемого образца и установив его значение на пирометре, с помощью ИК-пирометра регистрируется распределение термодинамической температуры по поверхности.

### *1. Исследование конвективного теплообмена на свободных поверхностях*

#### *а) Исследование свободной конвекции около вертикальной пластины*

Процесс теплообмена изучается при использовании двух одинаковых пластин равной толщины, изготовленных из одного материала, находящихся в свободном потоке воздуха. Между пластинами располагается плоский электрический нагреватель. Предусмотрено наличие регулятора напряжения. Симметричность системы обуславливает теплоотдачу с внешних поверхностей каждой из пластин.

Установив заданное значение величины силы тока, при достижении стационарного теплового режима определяются значения температуры в различных точках поверхности и температура окружающего воздуха. Значение плотности теплового потока практически не изменяется по высоте пластины и вычисляется по измеренным значениям тока и напряжения. Плотность теплового потока, участвующего в конвективном теплообмене, определяют как разность полной плотности потока и радиационной составляющей плотности потока.

Полную плотность теплового потока находят из соотношения

$$q_0 = \frac{P}{2S} = \frac{I^2 R_t}{2S}.$$

Плотность теплового потока, обусловленную тепловым излучением поверхности, рассчитывают по уравнению

$$q_p = \epsilon_{\text{пр}} C_0 \left[ \left( \frac{T_{\text{ст}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right],$$

где  $\epsilon_{\text{пр}}$  — приведенный коэффициент излучения поверхностей;  $T_{\text{ст}}$  — средняя абсолютная температура поверхности стенки;  $T_c$  — абсолютная температура окружающих тел.

Локальный коэффициент теплообмена определяется из соотношения

$$\alpha_x = \frac{q_0 - q_p}{\Delta T_x} = \frac{q_k}{\Delta T_x},$$

где  $q_0$  — полная плотность теплового потока;  $q_p$  — радиационная составляющая плотности теплового потока;  $q_k$  — конвективная составляющая плотности потока;  $\Delta T_x$  — температурный напор.

### **Порядок выполнения работы**

1. Используя уравнение (3.28), рассчитайте локальные значения коэффициента теплообмена. Сравните эти значения с экспериментальными значениями  $\alpha_x$ .

2. Зная критическое значение величины  $(Gr \cdot Pr)_{кр}$ , найдите величину  $l_{кр}$ , соответствующую переходу ламинарного течения в турбулентное. Вычислите величину коэффициента теплообмена для области турбулентного течения, используя уравнение (3.29). Сравните рассчитанное значение с экспериментально полученной величиной.

3. По полученным значениям локальных коэффициентов теплообмена постройте график зависимости  $\alpha_x = f(x)$ . Объясните эту зависимость.

4. Постройте график зависимости  $Nu_x = \varphi(Gr \cdot Pr)$ , аппроксимируйте полученную кривую степенной функцией ( $Nu_x = c(Gr \cdot Pr)^n$ ). Определите коэффициенты  $c$  и  $n$  и сравните полученное критериальное соотношение с известными уравнениями для ламинарного и турбулентного режимов, соответствующих условиям эксперимента.

### *б) Исследование свободной конвекции около горизонтальной пластины*

#### **Порядок выполнения работы**

1. Используя измерительную ячейку, состоящую из двух одинаковых образцов, между которыми располагается электрический нагреватель, в стационарном режиме процесса теплообмена рассчитайте величину радиационного теплового потока, теряемого поверхностью образца (предварительно определив его коэффициент излучения), и суммарного теплового потока, проходящего через образец (измерив величину тока и напряжения, подаваемого на нагревательный элемент). Измерив температуру воздуха ртутным термометром, вычислите коэффициент теплообмена поверхности и среды и сравните полученное значение с рассчитанным по формуле (3.31).

2. Закрепите пластину на двухкоординатном столе. Определите температурное поле образца при различных мощностях нагрева и рассчитайте коэффициент теплообмена в различных точках поверхности. Сравните поле температур и распределение коэффициента теплообмена

в соответствующих точках в случае свободной конвекции. Сравните полученные значения с рассчитанными из критериальных соотношений.

*в) Исследование вынужденной конвекции при продольном обтекании поверхности*

В работе изучается теплоотдача при вынужденном продольном обтекании пластины потоком воздуха. На поверхности пластины реализуется условие  $q = \text{const}$ . Нагревание пластины осуществляется электрическим нагревательным элементом. С помощью сканирующей системы определяется распределение температуры по поверхности образца. Вынужденная конвекция осуществляется с помощью вентилятора.

**Порядок выполнения работы**

В электрической цепи пластины устанавливается определенная сила тока. При достижении установившегося теплового режима с помощью термоанемометра определяют скорость потока. Измеряют значения температуры на поверхности пластины и температуру воздуха в комнате. Локальный коэффициент теплообмена рассчитывают по формуле

$$\alpha_x = \frac{q}{\Delta T_x}.$$

Плотность теплового потока постоянна вдоль поверхности пластины. Ее можно определить, зная силу электрического тока, сопротивление и размеры пластины.

Изменяя скорость движения воздушного потока, рассчитайте значение критерия Рейнольдса. Зная значение  $Re_{кр}$ , определите области ламинарного и турбулентного течения среды. Используя соотношение (3.32), рассчитайте величину коэффициента конвективного теплообмена для ламинарной области течения. Установив величину  $x_{кр}$ , рассчитайте значение  $\alpha$  для турбулентной области течения по уравнению (3.34). Сравните рассчитанные значения с экспериментальными.

**II. Исследование процессов теплопроводности**

**Порядок выполнения работы**

а) Определите коэффициент температуропроводности образцов в регулярном режиме. На поверхности образцов реализуются граничные условия 3 рода при различных значениях критерия Био. Измерения провести в условиях свободной и вынужденной конвекции.

б) Определите коэффициенты температуропроводности материалов при использовании плоского импульсного теплового источника. С помощью пирометра измеряются температуры поверхности образца в различные моменты времени. Регистрируется время достижения максимума температуры и рассчитывается коэффициент  $a$ .

## Контрольные вопросы

1. Какими датчиками можно измерить поле температур на поверхности твердых тел?
2. От чего зависит интенсивность излучения тел? Как изменяется интенсивность излучения в зависимости от температуры?
3. Какой вид теплообмена является преобладающим при высоких температурах?
4. Сформулируйте законы Стефана – Больцмана, Вина, Планка.
5. Как формулируется закон Ламберта? В каких случаях наблюдается отклонение от этого закона?
6. Как зависит величина теплового потока, поглощаемого поверхностью, от расстояния между поверхностями теплообмена?
7. Какие способы защиты от радиационного излучения вы знаете?
8. Какие погрешности возникают при экспериментальном определении температуры и теплофизических характеристик материалов?
9. Какими законами описывается процесс конвективного теплообмена?
10. Каков физический смысл коэффициента конвективного теплообмена?
11. При каких условиях преобладающим является процесс свободной конвекции (вынужденной конвекции)?
12. Какие критерии подобия характеризуют интенсивность процесса конвективного теплообмена в условиях свободной конвекции?
13. При каких условиях происходит переход от ламинарного режима течения к турбулентному в пограничном слое в условиях свободной конвекции?
14. Какие критерии подобия характеризуют интенсивность процесса конвективного теплообмена в условиях вынужденной конвекции?

## Список литературы

- Гордов, А. Н.* Основы пирометрии / А. Н. Гордов. М., 1971.
- Драгун, В. Л.* Тепловизионные системы в исследованиях тепловых процессов / В. Л. Драгун, С. А. Филатов. Минск, 1989.
- Куинн, Т.* Температура / Т. Куинн. М., 1985.
- Новиков, И. И.* Методы и средства оптической пирометрии / И. И. Новиков, А. Н. Гордов. М., 1983.
- Новицкий, Л. А.* Оптические свойства материалов при низких температурах / Л. А. Новицкий, Б. М. Степанов. М., 1980.
- Температурные измерения / О. А. Геращенко [и др.]. Киев, 1984.

## **4. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОМЕЩЕНИЯХ**

---

Цели данного цикла работ – исследование влияния различных факторов на температурные режимы внутри ограниченных объемов, а также возможные пути оптимизации этих режимов; изучение способов минимизации энергопотребления в жилых зданиях и сооружениях с разным типом ограждающих конструкций; экспериментальное определение и численный расчет локальных и интегральных значений тепловых потоков, проходящих через ограждающие конструкции.

### **4.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ОГРАЖДАЮЩИЕ КОНСТРУКЦИИ**

Объектом исследования служит модель одноэтажного дома, изготовленного из древесины. Конструкция обеспечивает изменение термических сопротивлений теплопроводности ограждающих конструкций и термических сопротивлений теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях. Внутри модели имеются источники тепла переменной мощности и различных конфигураций поверхности. Измерение температуры в различных точках пространства осуществляется с помощью набора термопар. Задание тепловых режимов, опрос датчиков температуры и сохранение полученных результатов выполняется с помощью ЭВМ.

Основными процессами, происходящими в ограждающих конструкциях, являются процессы передачи тепла, переноса влаги и фильтрации воздуха. Задача обеспечения необходимых теплотехнических качеств наружных ограждающих конструкций состоит в придании им необходимых свойств: теплоустойчивости и сопротивления теплопередаче. Сопротивление теплопередаче должно быть достаточно большим, чтобы в наиболее холодный период года обеспечивать допустимые температурные условия в помещении. Теплоустойчивость конструкций оценивается их способностью сохранять относительное постоянство температуры в помещениях при периодических колебаниях температуры воздушной среды, граничащей с конструкциями. Степень теплоустойчивости конструкции в целом в значительной мере определяется физическими свойствами материала, из которого выполнен ее внешний слой, воспринимающий резкие колебания температуры.

Основной составляющей процесса передачи тепла через ограждения является теплопроводность через его слои. Строительные ограждающие конструкции в большинстве случаев — это многослойные системы, состоящие из плоских пластин: стена из двухслойных железобетонных панелей, утепленных пеносиликатом; трехслойная стена с внутренней облицовкой гипсовыми плитами и т. д.

Конструкции современных многослойных ограждений характеризуются разделением функций между отдельными материальными слоями. В общем случае ограждение состоит из конструктивного (несущего) слоя, теплоизоляционного слоя, паро- или гидроизоляционного слоя, а также внутреннего и внешнего фактурных слоев. В отношении режима теплообмена основными являются конструктивный и теплоизоляционный слои. Несущим обычно является слой из плотного материала, обладающего значительной теплопроводностью и являющегося практически непроницаемым для водяного пара и воздуха. Материал теплоизоляционного слоя обычно пористый, рыхлый, а поэтому малотеплопроводный и хорошо пропускающий водяной пар и воздух.

Процесс передачи тепла через ограждающую конструкцию описывается законами Фурье и Ньютона

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T,$$

$$q = \alpha \Delta T,$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала конструкции;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $\Delta T$  — разность температур между поверхностью ограждения и средой (воздухом).

В стационарном режиме теплопроводности распределение температуры и, следовательно, тепловые потоки постоянны.

Если толщина  $h$  ограждающей конструкции (стенки) во много раз меньше ее длины и ширины (задача для неограниченной пластины), вид температурного поля внутри нее может быть найден решением стационарной одномерной задачи теплопроводности. Если на поверхностях стенки поддерживаются постоянные температуры  $T_1$  и  $T_2$ , распределение температуры в ней описывается уравнением

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{h} x, \quad (4.1)$$

а плотность теплового потока

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda}{h} (T_1 - T_2), \quad (4.2)$$

где  $\lambda/h$  — тепловая проводимость;  $h/\lambda$  — термическое сопротивление стенки.

При заданном перепаде температур ( $T_1 - T_2$ ) величина теплового потока, проходящего через стенку, тем меньше, чем больше ее термическое сопротивление.

Для многослойной плоской стенки, состоящей из  $n$  однородных слоев (в предположении, что контакт между слоями совершенный и температура поверхностей двух граничащих слоев одинакова (граничное условие 4 рода)), распределение температуры по сечению ограждения определяется по формуле

$$T_x = T_1 - \frac{R_{1-x}}{R_0}(T_1 - T_2), \quad (4.3)$$

где  $T_x$  — температура в произвольном сечении ограждения;  $T_1$  и  $T_2$  — температуры на внутренней и внешней поверхностях;  $R_{1-x}$  — термическое сопротивление от внутренней поверхности до сечения  $x$ ;  $R_0$  — полное термическое сопротивление.

Из уравнения (4.3) следует, что перепады температур по сечению ограждения пропорциональны соответствующим термическим сопротивлениям.

В стационарном режиме тепловой поток, проходящий через любую изотермическую поверхность многослойной стенки, одинаков. При заданных температурах на внешних поверхностях такой стенки  $T_1$  и  $T_{(n+1)}$ , толщинах слоев  $h_i$  и коэффициентах теплопроводности  $\lambda_i$  материалов, из которых изготовлены слои, плотность теплового потока

$$q = \frac{T_1 - T_{(n+1)}}{\frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{h_n}{\lambda_n}} = \frac{T_1 - T_{(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\lambda_i}}. \quad (4.4)$$

Величина  $\sum_{i=1}^n h_i / \lambda_i$ , равная сумме термических сопротивлений всех  $n$  слоев, называется полным термическим сопротивлением теплопроводности  $R_0$  многослойной стенки.

Таким образом, теплозащитные свойства ограждения определяются полным термическим сопротивлением стенки.

Для многослойной стенки вводится эквивалентный коэффициент теплопроводности  $\lambda_{\Sigma}$  всей системы, определяемый равенством

$$\frac{h}{\lambda_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\lambda_i}, \quad (4.5)$$

где  $h$  — толщина  $n$  слоев стенки.



На поверхностях ограждающих конструкций осуществляется конвективный теплообмен (реализуются граничные условия III рода). При известных температурах воздуха внутри и снаружи объема плотности соответствующих тепловых потоков в стационарном режиме для одной из стенок, отделяющих внутреннюю область от наружной среды, можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} q &= \alpha_1 (T_{c1} - T_1), \\ q &= \frac{\lambda}{h} (T_1 - T_2), \\ q &= \alpha_2 (T_2 - T_{c2}), \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

где  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$  – температуры воздуха внутри и снаружи объема;  $T_1$  и  $T_2$  – температуры на внутренней и внешней поверхностях стенки.

Решая систему уравнений (4.6), можно найти величину теплового потока, проходящего через стенку конструкции. Плотность теплового потока через многослойную стенку, состоящую из  $n$  слоев, будет равна

$$q = \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{h_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (4.7)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – коэффициенты теплообмена на внутренней и наружной поверхностях ограждения.

Таким образом, величина тепловых потерь через ограждающие конструкции зависит от величины термического сопротивления теплопроводности слоев ограждающей конструкции ( $\sum R_i$ ) и термических сопротивлений теплоотдачи от стенки к среде ( $R_H = 1/\alpha_2$ ) или от среды к стенке ( $R_B = 1/\alpha_1$ )

$$R_0 = R_B + \sum R_i + R_H.$$

Повысить термическое сопротивление ограждающей конструкции можно путем увеличения ее толщины либо применяя материалы с малым коэффициентом теплопроводности. При этом будет уменьшаться плотность теплового потока через нее. Следовательно, можно уменьшить мощность источника тепла в помещении и экономить тепловую энергию, расходуемую на отопление.

Если на наружной поверхности осуществляется теплообмен в условиях вынужденной конвекции, то тепловые потери возрастают. Коэффициент теплообмена есть функция многих величин, в том числе

скорости движения потока. Таким образом, уменьшить потери тепла возможно путем уменьшения скорости потока, омывающего наружную стенку.

В естественных условиях режим теплопередачи через ограждения всегда является нестационарным. Температура наружного воздуха, интенсивность солнечного излучения, сила и направление ветра непрерывно изменяются. Температура внутри помещения также изменяется в пределах отдельных сезонов. Она колеблется в пределах некоторых средних значений. Поэтому, несмотря на известную сложность, для правильного расчета теплового режима помещений процесс передачи тепла через ограждения следует рассматривать как нестационарный. Эта необходимость возникает при расчете температурных полей в случае периодического включения отопления, режима регулирования подачи тепла в помещение, при определении времени отопления при пуске системы и допустимой продолжительности отключения отопления в аварийных условиях и т. д.

### **Описание экспериментальной установки**

Экспериментальная установка (рис. 4.1) представляет собой модель одноэтажного дома, изготовленного из деревянных панелей. Внутри находятся два симметрично расположенных источника тепла изменяемой мощности. Измерение температур в различных точках производится при помощи хромель-алюмелевых термопар, сигнал с которых передается на аналого-цифровой преобразователь. С преобразователя цифровой сигнал передается на ЭВМ и отображается в окне пользовательской программы.

Модель дома имеет сменную переднюю стенку (либо с окнами и дверью, либо сплошная) и крышу (с трубой или без), а также теплоизоляционный материал. Для создания условий вынужденной конвекции внутри и снаружи дома используются вентиляторы.

Для измерения тепловых потоков, проходящих через отдельные элементы конструкции, используются тепломеры.

**Метод тепломера.** Рассмотрим плоскую стенку толщиной  $h_2$ , обе поверхности которой имеют различные, но постоянные во времени температуры  $T_3$  и  $T_2$  (рис. 4.2).

Количество тепла, которое при указанном перепаде температур проходит за единицу времени через участок стенки площадью  $S$ :

$$Q = \frac{\lambda_2}{h_2} S (T_3 - T_2). \quad (4.8)$$

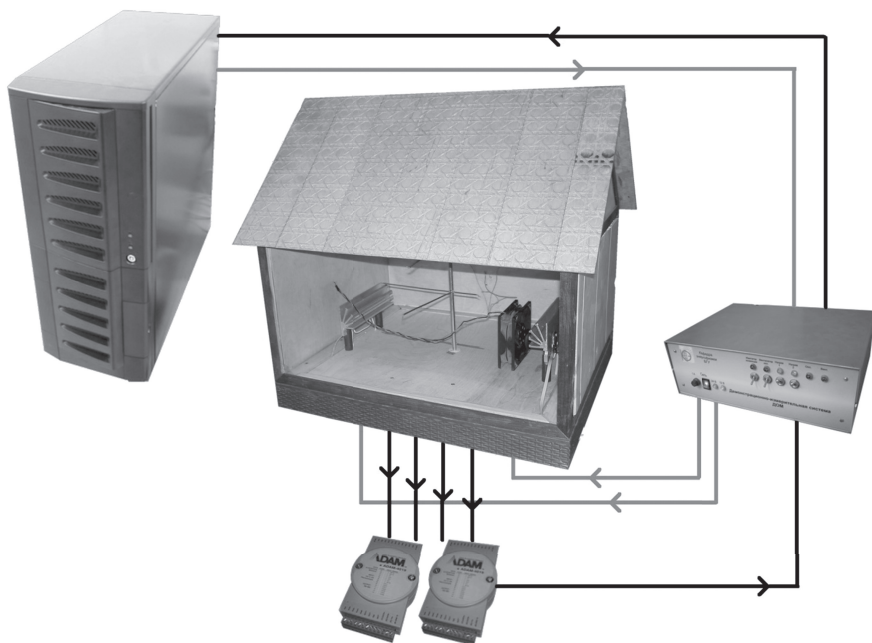


Рис. 4.1. Модули экспериментальной установки

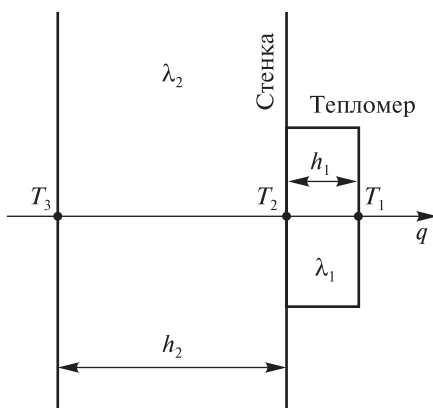


Рис. 4.2. Теплопроводность  
через плоскую стенку  
в стационарном режиме

Количество тепла, проходящее через единицу площади поверхности за единицу времени

$$q = \frac{Q}{S} = \frac{\lambda_2}{h_2} (T_3 - T_2). \quad (4.9)$$

Теперь предположим, что стенка состоит из нескольких, например двух, слоев, изготовленных из различных материалов, характеризующихся коэффициентами теплопроводности  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если предположить, что температура на стыке слоев  $T_2$ , то уравнение вида (4.9) можно составить для каждого из слоев

$$q_1 = \frac{\lambda_1}{h_1} (T_2 - T_1), \quad (4.10)$$

$$q_2 = \frac{\lambda_2}{h_2} (T_3 - T_2). \quad (4.11)$$

На основании равенства левых частей уравнений (4.10) и (4.11) можно записать

$$\frac{\lambda_2}{h_2} (T_2 - T_3) = \frac{\lambda_1}{h_1} (T_1 - T_2). \quad (4.12)$$

Из этого соотношения можно найти плотность теплового потока, проходящего через стенку модели  $q_2$ ; неизвестный коэффициент теплопроводности материала стенки  $\lambda_2$  (если известны температуры на ее поверхностях); температуру на внутренней поверхности стенки дома  $T_3$  (если известен коэффициент теплопроводности материала стенки).

Рассмотренный метод называется методом тепломера. Закрепленная на стенке пластина называется эталоном или тепломером. Она сделана из материала с известными теплофизическими характеристиками, которые не изменяются с температурой. В данной работе используется эталон из полиметилметакрилата, теплопроводность которого  $\lambda_1 = 0,186$  Вт/м·К, толщина  $h_1 = 5,0$  мм. На эталоне закреплены хромель-алюмелевые термодпары, подсоединенные к аналого-цифровому преобразователю.

Полная плотность потока тепла, выделяемого нагревателями, выражается соотношением

$$q = \frac{P}{S} = \frac{U^2}{RS}, \quad (4.13)$$

где  $P$  — мощность источников;  $S$  — площадь поверхности домика.

Поскольку объем домика в данной модели не является замкнутым, следовательно, имеет место процесс фильтрации, так что

$$q_{\text{тепл}} + q_{\text{фильт}} = \frac{U^2}{RS}. \quad (4.14)$$

Таким образом, данный метод позволяет оценить потери тепла за счет фильтрации.

### Работа с управляющей программой

Включение нагревательных элементов, расположенных внутри дома, осуществляется с помощью выключателя «Сеть» и тумблеров «Нагрев 1» и «Нагрев 2».

Для управления режимом работы нагревателей и сбора информации с датчиков температуры (термопар) используется программа STRTGY1.gni.

Перед началом работы с этой программой необходимо осуществить установку режима работы измерительной системы ADAM4018P, используемой для регистрации температур. Для этого необходимо запустить программу ADAM Utility, окно которой показано на рис. 4.3.

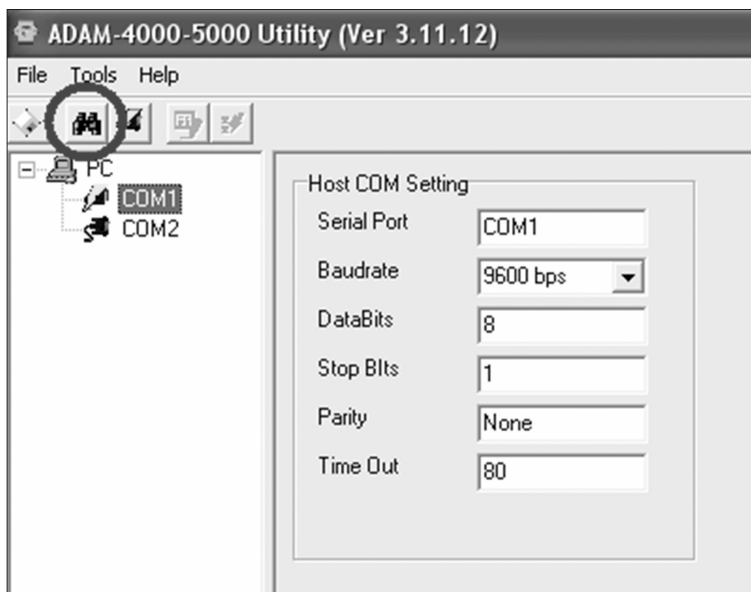


Рис. 4.3. Окно программы ADAM Utility

В этом окне следует выбрать порт, к которому подключено устройство ADAM4018P (например, COM1), и нажать на кнопку поиска (на рис. 4.3 – выделенная иконка – бинокль). В открывшемся окне ввести стартовый адрес «1», после чего программа начнет поиск устройств, присоединенных к данному порту.

После того как поиск будет завершен, следует остановить сканирование (нажав клавишу «Stop scan») и сделать клик по появившемуся в окне объекту «(01)4018P» (рис. 4.4).

При этом в окне программы появляется таблица с указанием типов температурных датчиков, подключенных к устройству ADAM4018P (рис. 4.5).

Внутри дома и на 4 тепломерах установлено по 8 хромель-алюмелевых термопар, стандартно обозначаемых как термопары К-типа. Следует удостовериться, что именно этот тип термопар выбран в окне программы. Это необходимо для корректного пересчета измеряемой устройством термоЭДС в значения температуры. При изменении типа термопары необходимо нажать клавишу Update.

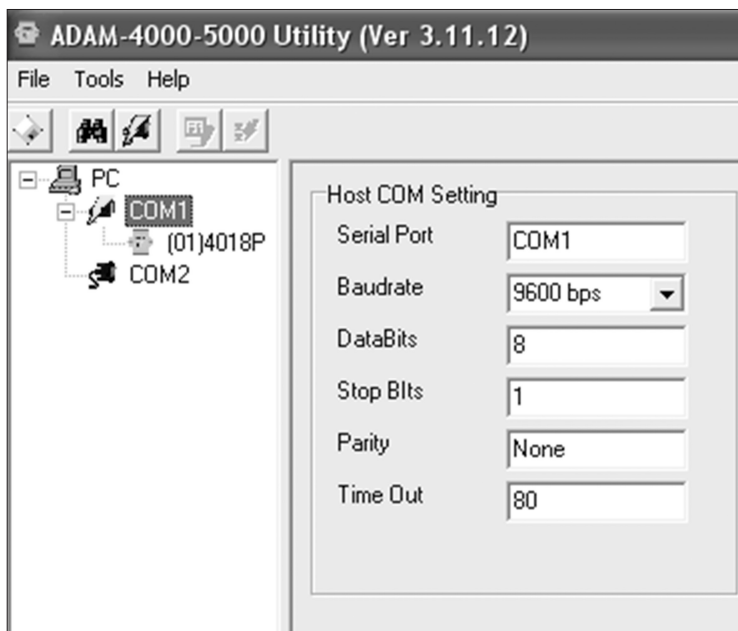


Рис. 4.4. Окно программы ADAM Utility  
после обнаружения устройства, подключенного к ПК

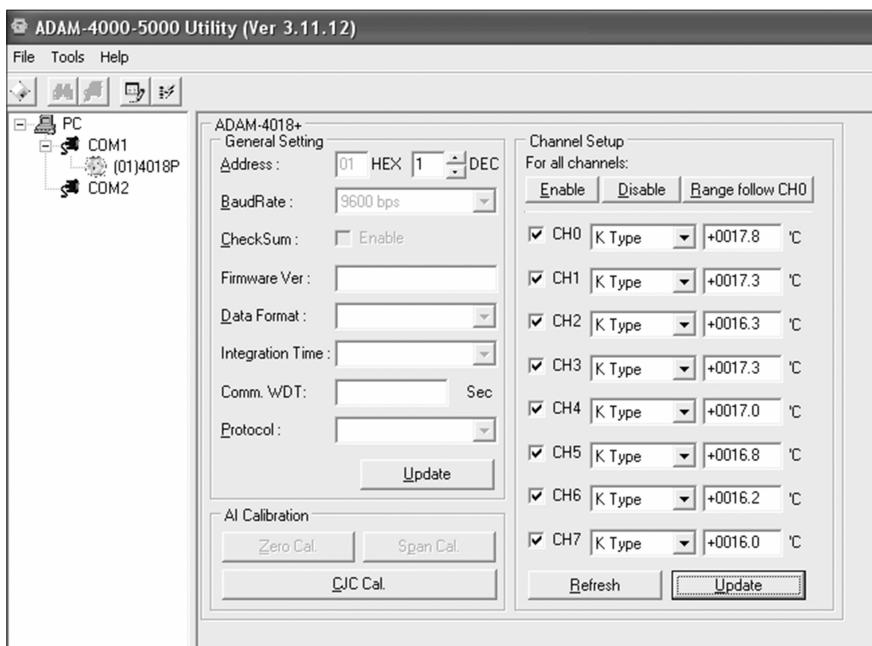


Рис. 4.5. Окно программы ADAM Utility  
в режиме отображения типов подключенных термопар

После закрытия программы ADAM Utility запустите программу STRTGY1.gni. В открывшемся окне программы показаны места расположения термопар внутри дома и присвоенные им номера. После запуска программы (активизации иконки с бегущим человеком) начнется регистрация температуры с одновременным отображением измеренных значений в соответствующих полях (рис. 4.6).

Если в меню Window выбрать DISP4, откроется окно, в котором устанавливаются режимы работы нагревательных элементов (рис. 4.7).

В поле «Мощность» наберите значение (в процентах от максимального значения), например 20, и нажмите клавишу «Изменить мощность». На экране монитора на графике будут изображаться временные зависимости температуры на опорном датчике (в воздухе вне дома — красный цвет) и на нагревательных элементах (желтый и голубой цвета соответственно).

Если в меню Window выбрать DISP2, откроется окно с графиками зависимости температуры (измеряемой восемью термопарами) от времени (рис. 4.8).

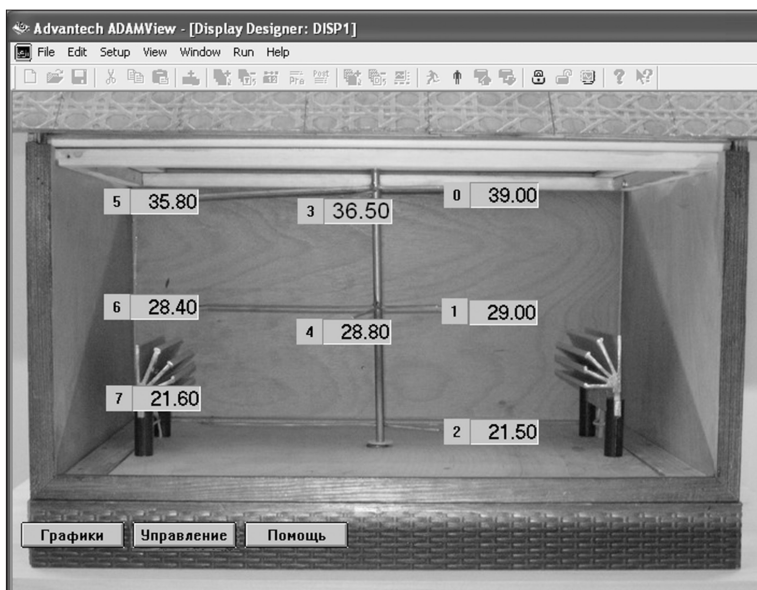


Рис. 4.6. Отображение текущих температур программой STRTGY1.gni

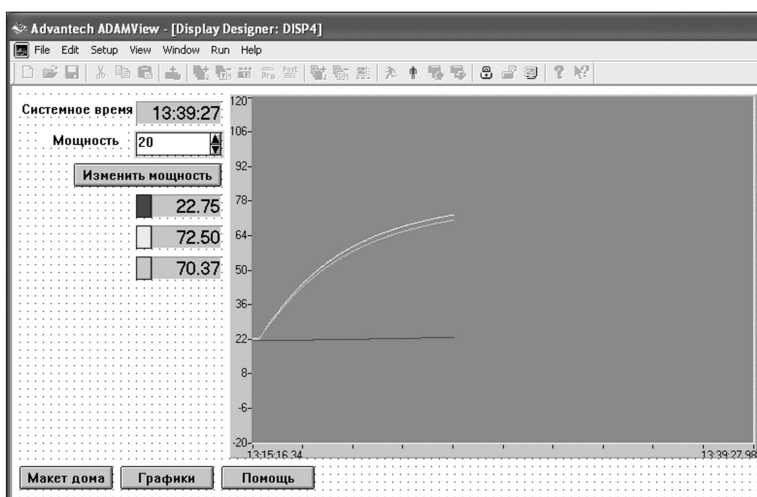


Рис. 4.7. Окно DISP4 программы STRTGY1.gni для задания мощности нагревателей



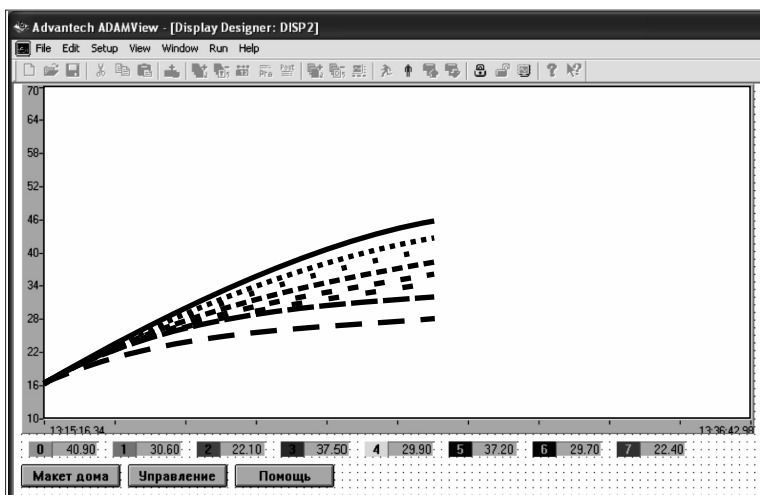


Рис. 4.8. Окно DISP2 программы STRTGY1.gni для отображения временных зависимостей температур

Для завершения измерений достаточно остановить программу (активизировать иконку со стоящим (красного цвета) человеком). Показания датчиков температуры для последующей обработки данных можно сохранить в отдельном файле.

### Теоретические задания

1. Сформулируйте и решите стационарную задачу теплопроводности для многослойной стенки с граничными условиями I рода. Получите соотношение для расчета плотности теплового потока, проходящего через стенку.
2. Решая систему уравнений (4.6), получите расчетное соотношение для плотности теплового потока, связывающее его величину с общим термическим сопротивлением и температурным перепадом.
3. Предложите экспериментальные методы определения теплового потока, проходящего через однослойную стенку.
4. Предложите методы определения коэффициентов теплообмена для рассмотренной модели.
5. Запишите систему уравнений, подобную (4.6), для случая двухслойной стенки с коэффициентами теплопроводности  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Получите расчетное соотношение для плотности теплового потока.
6. Предложите сравнительный метод определения плотности теплового потока и коэффициентов теплообмена.

7. Покажите, что при заданной температуре внутри замкнутого объема увеличение термического сопротивления ограждающих конструкций снижает уровень энергетических затрат на обогрев помещения.

### **Практические задания**

1. В стационарном режиме измерьте перепад температур на теплотепах, закрепленных на стенках, полу и потолке. Рассчитайте локальные значения тепловых потоков, а также его интегральное значение (количество теплоты, теряемое замкнутым объемом в единицу времени через ограждающие конструкции путем теплопроводности). Зная мощность тепловых источников, вычислите фильтрационные тепловые потери.

2. Определите величину тепловых потоков в случае применения теплоизоляции стенок. Рассчитайте экономию тепловой энергии за счет увеличения термического сопротивления многослойной стенки.

3. Включите вентилятор снаружи ограждения. В стационарном режиме определите величину теплового потока, проходящего через ограждающие конструкции. Сравните полученный результат с результатом в отсутствие «ветра». Рассчитайте величину тепловых потерь.

Изменяя скорость движения воздушного потока, определите величины тепловых потерь.

4. Создайте условия вынужденной конвекции внутри объема включением вентилятора. Определите величину тепловых потерь и сравните их для случая свободной конвекции.

5. Рассчитайте коэффициенты теплообмена на наружной и внутренней поверхностях стен в случае свободной и вынужденной конвекции, создаваемой внутри и снаружи дома.

6. Экспериментально определите коэффициенты теплопроводности материала стенок и материала теплоизоляции. Вычислите величины термического сопротивления теплопередачи для однослойной и многослойной стенок. Рассчитайте величину, равную отношению термических сопротивлений, и величину, равную отношению тепловых потоков, теряемых за счет теплопередачи. Объясните их несоответствие. Расчеты проведите для случаев свободной и вынужденной конвекции.

## **4.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА В ЗАМКНУТЫХ ОБЪЕМАХ**

Распределение температуры в зданиях изменяется при проникновении внутрь холодного воздуха. Фильтрация воздуха происходит в основном через окна, стыки конструкций, через толщу самих ограждений.

Тепловая обстановка в помещении определяется совместным действием ряда факторов: температуры, подвижности и влажности воздуха помещения, а также радиационным излучением окружающих поверхностей, зависящим от их температуры, геометрии и радиационных свойств. Процессы, формирующие тепловую обстановку в помещении, необходимо рассматривать в неразрывной связи между собой, так как их взаимное влияние может оказаться весьма существенным. Например, фильтрация воздуха и увлажнение конструкций могут в несколько раз увеличить тепловые потери помещения зимой.

Для изучения формирования микроклимата помещения, его динамики и способов воздействия на него нужно знать законы теплообмена внутри него, а также через ограждающие конструкции.

### **Конвективный теплообмен в помещениях**

Процесс теплообмена между средой и стенкой называют конвективным теплообменом или теплоотдачей. Интенсивность этого процесса зависит от большого числа факторов. Основными факторами являются следующие: условия возникновения движения среды вдоль стенки (свободная или вынужденная конвекция); режим движения среды (ламинарный или турбулентный); физические свойства среды ( $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$ ); форма, размеры и степень обработки поверхности стенки, омываемой средой.

Обычно поверхности, участвующие в теплообмене, имеют форму плит или труб, расположенных горизонтально, вертикально, наклонно. Каждая из этих форм создает специфические условия для процесса теплообмена между поверхностью стенки и средой.

Процесс конвективного теплообмена между средой и стенкой описывается законом Ньютона – Рихмана

$$q = \alpha \cdot \Delta T, \quad (4.15)$$

где  $q$  — плотность теплового потока;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $\Delta T$  — температурный напор (разность температур среды и поверхности).

Коэффициент  $\alpha$  характеризует интенсивность процесса конвективного теплообмена. Он зависит от большого количества параметров и колеблется в широких пределах, например, при естественной конвекции газов  $\alpha = 6 - 40$  Вт/(м<sup>2</sup>·К), при вынужденной конвекции  $\alpha = 12 - 120$  Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Конвективный теплообмен происходит внутри помещения и снаружи ограждающей конструкции. Например, комнатный воздух нагревается отопительными приборами в условиях свободной конвекции. Движение среды может происходить также под действием внешних сил: обтекание стен зданий при наличии ветра; движение воздуха внутри

комнаты под действием вентилятора. Такой вид теплообмена называется теплообменом при вынужденной конвекции.

В помещении могут быть различные формы конвективного теплообмена. В большинстве случаев теплообмен воздуха с нагретыми и охлажденными поверхностями происходит в режиме свободной (естественной) конвекции. В условиях принудительного движения воздуха вдоль поверхностей теплообмен определяется закономерностями вынужденной конвекции. Все эти процессы достаточно сложны, и их протекание в ограниченном объеме помещения имеет определенную специфичность вследствие воздействия таких факторов, как замкнутый и ограниченный объем, наличие нескольких холодных и нагретых теплообменивающихся поверхностей.

Около нагретых и охлажденных свободно расположенных поверхностей возникают конвективные потоки, которые определяют интенсивность теплообмена между поверхностями и воздухом. Движение объемов среды возникает под действием архимедовых сил вследствие неравномерного распределения температуры, а значит, и плотности в пространстве. Около вертикальной поверхности образуется пограничный слой, толщина которого возрастает по направлению движения потока (рис. 4.9). В начальной зоне движения пограничный слой является ламинарным. На некотором расстоянии от нижней границы нагретой поверхности, когда толщина пограничного слоя достигает определенной величины, режим течения становится турбулентным.

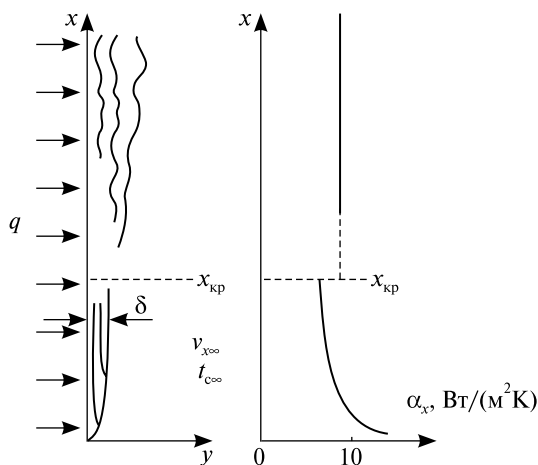


Рис. 4.9. Пограничные слои и коэффициенты теплообмена при свободной конвекции

Интенсивность теплообмена при свободной конвекции для любых форм поверхностей и сред в обобщенном виде определяется критерием Грасгофа (Gr) или произведением критерия Грасгофа на критерий Прандтля (Gr · Pr). Для воздуха помещения при температуре 20 °С произведение этих критериев равно

$$\text{Gr} \cdot \text{Pr} = \frac{\beta g l^3 \Delta t}{\nu^2} \frac{\nu}{a} = \frac{\frac{1}{293} \cdot 9,81 l^3 \Delta t}{(15,06 \cdot 10^{-6})^2} 0,709 \approx 10^8 l^3 \Delta t, \quad (4.16)$$

где  $\beta$  — коэффициент объемного расширения воздуха, равный  $1/T = 1/293 \text{ K}^{-1}$ ;  $g$  — ускорение свободного падения, равное  $9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости, равный при 20 °С  $1,506 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $l$  — определяющий размер поверхности в направлении потока воздуха, м;  $\Delta t$  — разность между температурой поверхности и температурой воздуха в помещении; Pr — критерий Прандтля (для воздуха при 20 °С Pr = 0,709).

Физические характеристики Pr,  $\nu$ ,  $\lambda$  воздуха, температура которого значительно отличается от 20 °С, могут быть определены с помощью графика (рис. 4.10).

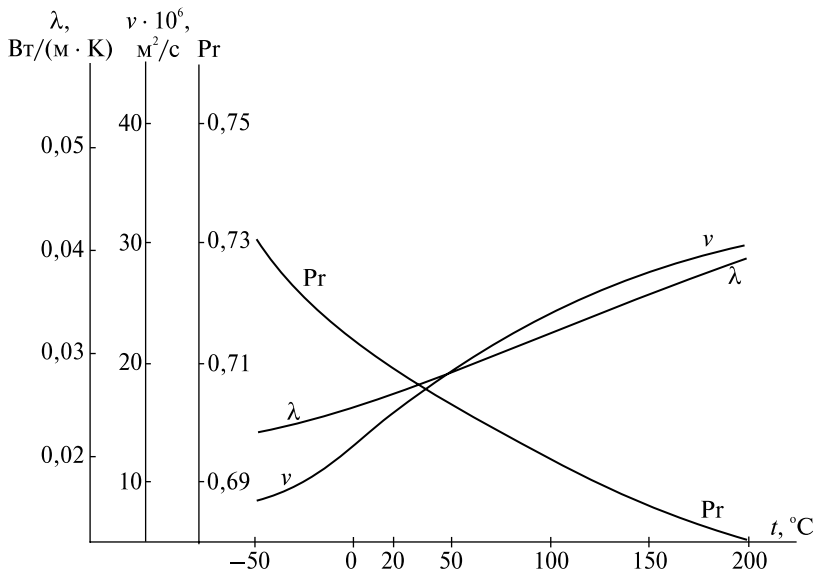


Рис. 4.10. Некоторые теплофизические характеристики воздуха при различных температурах

Критериальное уравнение, определяющее интенсивность теплообмена в произвольном сечении  $x$ , имеет вид

$$Nu_x = 0,60(Gr \cdot Pr)^{0,25}. \quad (4.17)$$

Локальное значение критерия Нуссельта  $Nu_x$  равно

$$Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda}, \quad (4.18)$$

где  $\alpha_x$  — локальное значение коэффициента конвективного теплообмена в сечении  $x$ ;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности воздуха.

Переход от ламинарного к турбулентному режиму течения происходит на некотором расстоянии  $l_{кр}$  от начала поверхности. Для этого сечения часто принимают значение произведения  $(Gr \cdot Pr)_{кр} \approx 2 \cdot 10^9$ .

Критериальное уравнение теплообмена в области турбулентного режима, обобщающее многочисленные экспериментальные данные, имеет вид

$$Nu_x = 0,15(Gr_x \cdot Pr)^{1/3}. \quad (4.19)$$

Уравнение для  $\alpha_x$  при температуре воздуха  $20^\circ\text{C}$  в турбулентной области имеет вид

$$\alpha_x = 1,43\sqrt[3]{\Delta t}, \quad (4.20)$$

где  $\Delta t$  — разность температур в градусах;  $\alpha_x$  — коэффициент теплоотдачи в  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{K})$ .

При ламинарном режиме коэффициент теплообмена убывает по высоте поверхности вследствие роста толщины пограничного слоя. При турбулентном режиме  $\alpha_x$  практически не изменяется по высоте поверхности, так как вместе с ростом толщины пограничного слоя увеличивается интенсивность турбулентного переноса. Как видно из уравнения (4.20),  $\alpha_x$  не зависит от геометрического параметра  $x$  и остается постоянным для всей области турбулентного режима.

Все рассмотренные формулы, в том числе и (4.20), записаны для вертикальной, свободно расположенной поверхности.

Средние значения коэффициента конвективного теплообмена на вертикальных поверхностях ограждений внутри помещения также можно определить по формуле (4.20).

Основные закономерности и уравнения свободного конвективного теплообмена, изложенные выше, справедливы для идеальных условий. В реальных условиях помещения возможно нарушение идеальной картины свободного конвективного теплообмена.

В строительной теплофизике встречаются случаи свободной конвекции в ограниченном пространстве (воздушные прослойки в окон-

ных проемах, толще стен, в чердачных перекрытиях и т. п.). Вследствие наличия восходящих и нисходящих потоков условия движения газов в прослойках сильно усложняются. Они зависят как от формы и геометрических размеров пространства, так и от физических свойств среды и интенсивности процессов теплообмена.

Если пластины расположены горизонтально и верхняя пластина имеет более высокую температуру по сравнению с нижней, то передача тепла от одной пластины к другой через слой среды будет происходить путем теплопроводности. Это будет нарушаться только около краев пластины.

Если верхняя пластина имеет более низкую температуру, чем нижняя, то более теплые слои среды будут собираться у верхней пластины. Это приводит к неустойчивому состоянию, которое при величине параметра  $(Gr \cdot Pr) \geq 1700$  превращается в замкнутые конвективные потоки среды в пространстве между пластинами.

В случае вертикальных стенок характер движения среды зависит от соотношения высоты стенки  $l$  и расстояния между стенками  $L$ . Исследования показывают, что при значении критерия Грасгофа

$$Gr < 124 \cdot Pr^{-2} \cdot (20/21 + Pr) \cdot l/L$$

распределение температуры в слое среды по нормали к стенке подчиняется линейному закону. Следовательно, перенос тепла осуществляется теплопроводностью. Только возле нижних и верхних пластин происходит отклонение от линейного закона. Толщина пограничного слоя вблизи более нагретой пластины увеличивается в направлении снизу вверх, на противоположной, менее нагретой пластине, толщина пограничного слоя растет в обратном направлении. Если расстояние  $L$  достаточно велико, то восходящий и нисходящий потоки движутся без взаимных помех. Если величина  $L$  мала, то вследствие взаимных помех может возникнуть внутренняя циркуляция потоков среды.

При наличии такой сложной гидродинамической картины расчет коэффициентов теплообмена для среды в ограниченном пространстве невозможен. Поэтому перенос тепла между пластинами через слой среды рассматривается как перенос тепла теплопроводностью с использованием эквивалентного коэффициента теплопроводности:

$$\lambda_{\text{э}} = \frac{q}{T_{n1} - T_{n2}}.$$

Величина, равная отношению эквивалентного коэффициента теплопроводности к истинному коэффициенту теплопроводности среды  $\lambda_c$ , называется коэффициентом конвекции  $\epsilon_k$  ( $\epsilon_k = \lambda_{\text{э}}/\lambda_c$ ). Величина

$\epsilon_k$  является функцией  $(Gr \cdot Pr)$ . При  $(Gr \cdot Pr) < 1000$  коэффициент конвекции равен единице, т. е. при таких условиях перенос тепла через слой среды осуществляется теплопроводностью. При  $10^3 < (Gr \cdot Pr) < 10^6$   $\epsilon_k = 0,105(Gr \cdot Pr)^{0,3}$ , при  $10^6 < (Gr \cdot Pr) < 10^{10}$   $\epsilon_k = 0,4(Gr \cdot Pr)^{0,2}$ . Уменьшение интенсивности теплообмена при больших значениях  $(Gr \cdot Pr)$  можно объяснить взаимной помехой движению нагретых и охлажденных потоков среды между поверхностями.

Качественно и количественно картина конвективного теплообмена на нагретой вертикальной поверхности в помещении отличается от рассмотренной для свободной поверхности. В этом случае можно выделить три характерные области конвективного теплообмена: развитая область ламинарного режима теплообмена непосредственно над полом, область турбулентного режима в средней части поверхности и область торможения в верхней части под потолком. Верхняя граница ламинарной области соответствует критическому значению  $(Gr \cdot Pr)_{кр} = 1,7 \cdot 10^8$ .

В области ламинарного режима движения воздуха теплообмен более интенсивный, чем у свободной поверхности. На верхней границе он превосходит соответствующее значение для свободной поверхности на 25 %. Исключение составляет незначительная часть этой области, ограниченная высотой 10 мм от пола, в которой интенсивность теплообмена меньше на 10 %.

В турбулентной области локальный коэффициент конвективного теплообмена увеличивается по направлению движения потока. Это является отличительной особенностью турбулентного режима теплообмена в замкнутом пространстве. По сравнению с теплообменом на свободной поверхности  $\alpha_k$  оказывается сначала несколько меньше (до 5 %), затем больше (до 25 %). Наибольшее и среднее значение  $\alpha_k$  в турбулентной области растет с увеличением высоты помещения.

Экспериментально установлено наличие около потолка области торможения воздушного потока, высота которой  $\Delta h_{\text{тор}}$  (м) равна

$$\Delta h_{\text{тор}} = 1,35 - \frac{1450h}{(Gr_h Pr)^{0,33}}, \quad (4.21)$$

где  $h$  — высота стенки (м);  $Gr_h$  определяется для характерного размера  $h$ .

На нижней границе зоны торможения интенсивность конвективного теплообмена уменьшается.

Возникновение зоны торможения — особенность конвективного теплообмена в замкнутом пространстве помещения. Это объясняется влиянием потолка и температурным расслоением воздуха по высоте, следствием чего является уменьшение температурного напора и снижение подвижности воздуха.



Температура верхней зоны несколько выше, чем среднеобъемная температура помещения, и рост тепловой подушки под потолком помещения с повышением температуры происходит быстрее, чем увеличивается интенсивность конвективного теплообмена.

Внутри и снаружи помещений может осуществляться также процесс вынужденной конвекции.

Переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при определенном значении  $(v_c \cdot x_k)/\nu$ , т. е. характеризуется критическим значением критерия Рейнольдса

$$Re_{кр} = \frac{v_c x_k}{\nu}; \quad Re_{x_{кр}} \approx 3 \cdot 10^5.$$

В помещении находятся источники тепла различных типов и конфигураций поверхности, создающие его тепловой режим. Системы кондиционирования и вентиляции изменяют этот режим, ускоряя процесс теплообмена или заменяя режим свободной конвекции вынужденной конвекцией.

Через стенки нагревательного прибора тепло, аккумулированное теплоносителем, передается обогреваемому помещению.

Обычно предполагают, что нагревательный прибор и теплоноситель в нем имеют пренебрежимо малую тепловую инерцию, а поэтому количество тепла, отданное теплоносителем, в каждый момент времени равно количеству тепла, передаваемому помещению

$$Q_{тн} = Q_{пр}. \quad (4.22)$$

Тепловой поток, рассеиваемый нагревательным прибором,  $Q_{пр}$  определяют с помощью основного уравнения теплопередачи в виде

$$Q_{пр} = \frac{1}{R_{пр}} (T_{пр} - T_{п}) S_{пр}, \quad (4.23)$$

т. е. количество отданного в единицу времени тепла пропорционально разности между средней температурой теплоносителя в приборе  $T_{пр}$  и температурой обогреваемого помещения  $T_{п}$ . Температура теплоносителя в приборе зависит от его конструкции и способа присоединения к системе, а также вида и параметров теплоносителя.

В приборах, соединенных последовательно или выполненных в виде змеевика, теплоноситель изменяет температуру по ходу движения по логарифмическому закону. Все отклонения, вызванные несоответствием фактической величины  $T_{пр}$  среднему значению температуры теплоносителя, учитываются в расчетах приборов с помощью введения поправочных коэффициентов.

Величина  $S_{\text{пр}}$  в формуле (4.23) равна площади теплоотдающей поверхности прибора, омываемой воздухом. Обычно площадь поверхности увеличивают за счет утолщения стенки и оребрения. Сопротивление теплопередаче нагревательного прибора  $R_{\text{пр}}$  равно

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{в}} + R_{\text{т}} + R_{\text{н}}. \quad (4.24)$$

Термическое сопротивление теплоотдачи  $R_{\text{в}}$  от теплоносителя к внутренней поверхности стенки нагревательного прибора площадью  $S_{\text{в.п}}$  (отнесенное к  $S_{\text{пр}}$ ) равно

$$R_{\text{в}} = \frac{1}{\alpha_{\text{в}}} \cdot \frac{S_{\text{пр}}}{S_{\text{в.п}}}. \quad (4.25)$$

Коэффициент теплообмена  $\alpha_{\text{в}}$  между теплоносителем и внутренней поверхностью стенки прибора определяется в основном скоростью движения теплоносителя в приборе и зависит от расхода воды и диаметра внутренней полости прибора.

С увеличением расхода воды коэффициент теплообмена сначала заметно возрастает, а при больших расходах практически остается неизменным. В чугунных радиаторах, наиболее распространенном виде приборов, скорость движения воды в колонках секций обычно небольшая (около 0,01 м/с) и  $\alpha_{\text{в}} \approx 50 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ . Отношение  $\frac{S_{\text{пр}}}{S_{\text{в.п}}}$  для них равно около 1,3 и  $R_{\text{в}}$  составляет

$$R_{\text{в}} \approx \frac{1}{50} \cdot 1,3 = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}. \quad (4.26)$$

Сопротивление  $R_{\text{т}}$  теплопроводности стенки прибора можно определить в виде

$$R_{\text{т}} = \frac{\Delta}{\lambda} \cdot \frac{S_{\text{пр}}}{S_{\text{в.п}}}. \quad (4.27)$$

В чугунном радиаторе толщина стенки  $\Delta$  обычно меньше 0,01 м, чугуна  $\lambda$  равен примерно 40 Вт/(м · К) и термическое сопротивление определяется в виде

$$R_{\text{т}} \approx \frac{0,01}{40} \cdot 1,3 = 0,325 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}. \quad (4.28)$$

Для радиаторов  $R_{\text{в}}$  и  $R_{\text{т}}$  оказываются пренебрежимо малыми. В бетонных панелях с замоноличенными змеевиками из труб термическое сопротивление теплопроводности  $R_{\text{т}}$  бетонного массива от труб к поверхности панели имеет значительную величину и зависит от диаметра

труб  $d$ , расстояния (шага) между ними  $s$ , глубины расположения от поверхности  $h$ , теплопроводности материала массива панели  $\lambda$ , а также от конструкции панели.

Термическое сопротивление теплоотдачи  $R_n$  на внешней поверхности прибора (к ее площади  $S_{пр}$  относят все составляющие  $R_{пр}$ ) равно

$$R_n = \frac{1}{\alpha_n}, \quad (4.29)$$

где  $\alpha_n$  — коэффициент теплообмена нагретой поверхности прибора с воздухом помещения.

Обычно внешняя поверхность нагревательных приборов оребрена. Увеличение площади теплоотдающей поверхности приводит к интенсификации процесса теплоотдачи.

Коэффициент  $\alpha$  для поверхности нагревательных приборов может быть приближенно определен в виде суммы коэффициентов конвективного  $\alpha_k$  и радиационного  $\alpha_r$  теплообмена.

Интенсивность конвективного теплообмена  $\alpha_k$  зависит от высоты прибора. Нижняя часть прибора омывается холодным воздухом и отдает больше тепла, чем верхняя, которая омывается более теплым воздухом. Чем выше прибор, тем меньше в среднем по его поверхности конвективная теплоотдача. В этом отношении лучшими являются низкие приборы, например, в виде горизонтально расположенных в один ряд гладких или оребренных труб. При расположении нагревающих элементов в приборе в несколько рядов друг над другом коэффициент теплоотдачи уменьшается. В многорядных приборах устраивают специальные направляющие щитки, подводящие холодный воздух к каждому ряду.

Оценка эффективности обогрева помещения при использовании различных нагревательных приборов может быть приближенно дана по распределению температуры по высоте помещения. Образование тепловой подушки у потолка и перегрев верхней зоны помещения увеличивают потери тепла. Наилучшим является обогрев при равномерном распределении температуры по высоте.

Считается, что наилучшим отопительным эффектом обладают панельно-лучистые приборы, установленные в верхней зоне помещения или встроенные в конструкцию потолка. У нагретой поверхности пола отопительный эффект немного меньше.

Идеальное в этом отношении решение — когда все наружные ограждения обогреваются равномерно, и в помещении отсутствуют охлаждаемые поверхности.

Хорошие тепловые условия в помещении создают приборы, расположенные под окнами вдоль наружной стены. В этом случае обслуживаемая зона и особенно область у пола помещения, которая подвержена

переохлаждению ниспадающими потоками воздуха, защищается в тепловом отношении наиболее эффективно.

Желательно устраивать обогреваемый пол или применять приборы, равномерно обогревающие по периметру всю нижнюю зону помещения. В помещениях небольшой глубины, когда расстояние от наружных стен до противоположной внутренней стены невелико, приборы можно располагать у внутренних стен. Система отопления в этом случае оказывается компактной.

### **Практические задания**

#### ***I. Исследование свободной и вынужденной конвекции в замкнутом объеме***

##### ***а) Исследование свободной конвекции на вертикальных поверхностях в замкнутом объеме***

1. Определите температуру внутренней поверхности стенки на разной высоте от пола и температуру воздуха внутри объема. Рассчитайте температурный напор и локальные значения коэффициента теплообмена. Сравните интенсивность теплообмена на свободной поверхности и в замкнутом объеме при аналогичных краевых условиях.

2. Вычислите значения величины  $(Gr \cdot Pr)$ . Определите области ламинарного, турбулентного течения и область торможения. Рассчитайте высоту зоны торможения по уравнению (4.21) и сравните полученное значение с экспериментальным. Вычислите среднее значение коэффициента теплообмена по уравнению (4.20) и сравните его с полученным в эксперименте.

##### ***б) Исследование свободной конвекции около горизонтальной пластины в замкнутом объеме***

Осуществите нагрев пола в модели. Рассчитайте величину  $(Gr \cdot Pr)$ . В стационарном режиме теплообмена измерьте температуру поверхности пола и воздуха в объеме. Измерив величину плотности теплового потока, отдаваемого полом окружающему воздуху, рассчитайте среднее значение коэффициента теплообмена. Сравните полученный результат с аналогичным для свободной поверхности.

##### ***в) Исследование вынужденной конвекции в условиях замкнутого объема***

Нагрейте пол в модели дома, установив такую же мощность на нагревательном элементе, как и в случае свободной поверхности. Включив вентилятор, осуществите режим вынужденной конвекции. Вычислите значение коэффициента конвективного теплообмена и сравните его с аналогичным для свободной поверхности.

#### ***II. Исследование способов интенсификации процессов теплообмена в замкнутом объеме***

1. Включите нагревательные элементы, предварительно рассчитав тепловую мощность, необходимую для нагревания заданного объема

воздуха до температуры, превышающей комнатную на 10–20 °С. С помощью контрольного датчика убедитесь в установлении стационарного режима теплообмена. Зарегистрируйте время выхода на стационарный режим и температуру на нагревательных элементах.

С помощью 8 термопар, расположенных на разных расстояниях от стенок и на разной высоте от пола, измерьте температуры внутри объема (распределение температуры по высоте и в плане помещения). Постройте графики зависимости температуры от указанных геометрических параметров.

После проведения измерений возвратите систему в первоначальное состояние.

2. Включите вентилятор, расположенный внутри дома. Сравните распределение температуры, время достижения стационарного режима и температуру на нагревательных элементах с предыдущим.

3. Включите нагревательные элементы с ребристой поверхностью. Сравните интенсивность теплообмена (по времени достижения стационарного режима) и распределение температуры в данном случае с экспериментом 1.

4. Зарегистрируйте температурное поле при использовании ребристых нагревательных элементов в условиях вынужденной конвекции и сравните результаты с пунктом 2.

5. Используя нагреваемый пол, сравните температурное поле с распределением температур в пунктах 1 и 3 в условиях свободной конвекции и пунктов 2 и 4 в условиях вынужденной конвекции.

6. Прodelайте аналогичные эксперименты в условиях вынужденной конвекции снаружи дома.

### **Контрольные вопросы**

1. Чем определяется теплоустойчивость ограждающей конструкции?
2. Чем обусловлен определенный порядок расположения слоев в ограждении (стенке)?
3. Что называется термическим сопротивлением стенки?
4. Каков физический смысл критерия Био?
5. Какими способами можно уменьшить величину тепловых потерь через ограждающие конструкции?
6. Каким законом описывается процесс конвективного теплообмена?
7. Каков физический смысл коэффициента конвективного теплообмена?
8. При каких условиях преобладающим является процесс свободной конвекции (вынужденной конвекции)?
9. Какие критерии подобия характеризуют интенсивность процесса конвективного теплообмена в условиях свободной конвекции?

10. При каких условиях происходит переход от ламинарного режима течения к турбулентному в пограничном слое в условиях свободной конвекции?

11. Опишите процесс конвективного теплообмена в случае горизонтальной нагретой поверхности.

12. Чем отличается теплообмен в случае свободных поверхностей от аналогичного процесса для поверхностей в замкнутом объеме?

13. При каких условиях перенос тепла в замкнутом объеме осуществляется теплопроводностью?

14. Какой критерий определяет переход от ламинарного течения к турбулентному в условиях вынужденной конвекции? Каково критическое значение этого критерия?

15. Какими способами можно интенсифицировать процесс теплообмена нагревательного элемента с воздухом помещения?

16. Каким типам и области расположения нагревательных элементов следует отдавать предпочтение?

### Список литературы

*Богословский, В. Н.* Строительная теплофизика / В. Н. Богословский. М., 1970.

*Ильинский, В. М.* Строительная теплофизика / В. М. Ильинский. М., 1974.

*Исаченко, В. П.* Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. М., 1981.

*Лыков, А. В.* Теоретические основы строительной теплофизики / А. В. Лыков. Минск, 1961.

*Лыков, А. В.* Теория теплопроводности / А. В. Лыков. М., 1968.

*Михеев, М. А.* Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. М., 1973.

*Хоблер, Т.* Теплопередача и теплообменники / Т. Хоблер. Л., 1961.

## 5. ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ЖИДКОСТЯХ

---

### 5.1. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТЕЙ

Цель работы — изучить принцип действия капиллярного и ротационного вискозиметров, измерить динамическую вязкость исследуемых жидкостей, определить температурные зависимости вязкости жидкостей.

Исследование гидродинамического и теплового взаимодействия различных тел с движущимися потоками жидкостей и газов имеет большое практическое значение во многих областях науки, техники и производства: энергетике, авиации, космонавтике, строительстве, транспортировке жидкостей и газов и т. д. Теоретической основой этих исследований является система дифференциальных уравнений переноса: уравнения движения, энергии и неразрывности.

Одна из важнейших характеристик, входящих в уравнения движения, — коэффициент вязкости среды. Вязкость — это свойство жидкостей и газов оказывать сопротивление касательным усилиям. Если силу сдвига приложить к любой поверхности ограниченного объема жидкости (газа), то между слоями среды возникнут силы трения, действие которых приведет к появлению градиента скорости. Если сила сдвига направлена так, как показано на рис. 5.1, уравнение Ньютона для вязкости среды в одномерной задаче имеет вид

$$\tau = \frac{dF}{dS} = \eta \frac{dv_y}{dz}, \quad (5.1)$$

где  $dF$  — сила внутреннего трения, действующая на площадку  $dS$  поверхности слоя;  $\eta$  — динамический коэффициент вязкости (коэффициент внутреннего трения) жидкости;  $\tau$  — напряжение сдвига.

Таким образом, коэффициент вязкости — это мера сил внутреннего трения жидкости (или газа). Он численно равен силе трения между двумя слоями единичной площади при градиенте скорости, равном единице.

В системе СГС единицей измерения коэффициента вязкости является величина

$$[\eta] = \text{дин} \cdot \text{с} / \text{см}^2 = \text{г} / \text{см} \cdot \text{с},$$

называемая пуазом (П). Для маловязких жидкостей используется сотая доля пуаза — сантипуаз (сП).

В системе СИ единица измерения коэффициента вязкости не имеет специального названия. Как следует из (5.1),  $[\eta] = \text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2 = \text{Па} \cdot \text{с}$ .

В гидродинамике широко используется кинематический коэффициент вязкости, определяемый отношением динамической вязкости к плотности среды

$$\nu = \eta / \rho. \quad (5.2)$$

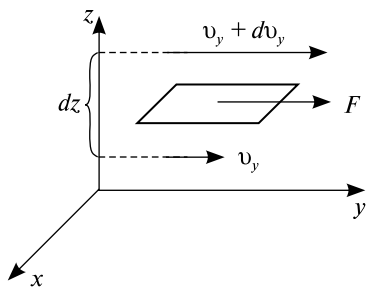


Рис. 5.1

Единицей измерения кинематической вязкости в системе СГС служит величина, называемая стоксом ( $1 \text{ Ст} = 1 \text{ см}^2/\text{с}$ ). В системе СИ  $\nu = [\text{м}^2/\text{с}]$ .

Физическая природа вязкости газов объясняется на основе молекулярно-кинетической теории. Элементарная модель газа представляет все молекулы невзаимодействующими твердыми сферами диаметром  $\sigma$  и массой  $m$ , движущимися хаотически с некоторой средней скоростью. Молекулы, движущиеся в газе, сталкиваются и могут передавать количество движения, если имеется градиент скорости. Результирующий поток количества движения пропорционален его градиенту. Коэффициент пропорциональности, который дает элементарная кинетическая теория, равен  $\frac{1}{3}\bar{v}\bar{l}$ , где  $\bar{v}$  – средняя скорость молекул;  $\bar{l}$  – средняя длина свободного пробега молекул:

$$\tau = \eta \frac{dv_y}{dz} = \frac{\bar{v} \cdot \bar{l}}{3} \rho \frac{dv_y}{dz}.$$

Зависимость вязкости газов от температуры весьма существенна: с ростом температуры кинематическая вязкость увеличивается.

Вязкость газов сильно зависит от давления только в некоторых областях давления и температуры. При умеренных давлениях и температурах влияние давления на вязкость можно не учитывать. Вблизи линии насыщения паров и критической точки давление оказывает значительное влияние на вязкость: с увеличением давления вязкость возрастает.

Как видно, вязкость газов может быть рассчитана с помощью методов, основанных на теоретических предпосылках, однако для определения вязкости жидкостей аналогичной теоретической базы не существует. По своим свойствам жидкости сходны как с газами, так и с твердыми телами. Подобно газам, жидкости принимают форму сосуда, в котором они находятся. Подобно твердым телам, они обладают сравнительно большой плотностью, с трудом поддаются сжатию. Двойственный характер свойств жидкостей связан с особенностями движения их молекул. В жидкостях, как и в кристаллах, каждая молекула находится в потенциальной яме электрического поля, создаваемого окружающими молекулами. Молекулы колеблются со средней частотой, близкой к частоте колебаний атомов в кристаллических телах, и с амплитудой, определяемой размерами объема, предоставленного ей соседними молекулами. Глубина потенциальной ямы больше средней кинетической энергии колеблющейся молекулы, поэтому молекулы колеблются в пределах более или менее стабильных положений равновесия. Однако у жидкостей различие между этими двумя энергиями невелико,



так что молекулы нередко покидают «свою» потенциальную яму и занимают место в другой. В отличие от твердых тел, в жидкостях имеются свободные места — «дырки», благодаря чему молекулы могут перемещаться, покидая одно положение и занимая одну из соседних «дырок». Таким образом, молекулы медленно перемещаются внутри жидкости, пребывая часть времени в определенных положениях равновесия и образуя картину меняющейся во времени пространственной решетки. Такой характер движения молекул объясняет как медленность (по сравнению с газами) диффузии в жидкостях, так и большую их вязкость. В газах вязкость объясняется происходящим при тепловом движении молекул переносом количества движения. В жидкостях такие переходы существенно замедлены.

Вязкость жидкостей значительно отличается от вязкости газов — она много больше по величине и резко уменьшается с повышением температуры.

Распространенные теории вязкости жидкости подразделяются условно на те, которые основаны на «газообразной» жидкости, и те, которые основаны на «кристаллической» жидкости. В первых теориях жидкость рассматривается как имеющая ближнюю и дальнюю упорядоченность. В теориях второго типа принимается, что жидкость имеет регулярную структуру, причем передача количества движения происходит от молекул, колеблющихся внутри структуры решетки или перемещающихся в близко расположенные «дырки», либо в результате обоих явлений.

Однако ни одна теория не приводит к простой зависимости, которая позволила бы рассчитать коэффициент вязкости жидкости. Поэтому приходится использовать эмпирические расчетные методы. Большинство методов не имеет в своей основе определенной модели жидкости, а предложено в результате анализа и обобщения экспериментальных данных.

В широком интервале температур от области несколько выше нормальной точки кипения до области вблизи точки замерзания коэффициент вязкости жидкостей изменяется по закону

$$\eta \sim A \exp\left(\frac{B}{T}\right), \quad (5.3)$$

быстро убывая с ростом температуры. Однако при низких температурах эта зависимость не выполняется.

Вязкость жидкостей при температуре ниже нормальной точки кипения обычно не зависит от средних давлений, но при высоких давлениях наблюдается значительное увеличение вязкости с давлением.

Вследствие слабого развития теории вязкости жидкости основные сведения об этих важнейших свойствах жидких сред получают в результате эксперимента.

Жидкости, для которых справедлива зависимость (5.1), называются нормальными, или ньютоновскими. Динамическая вязкость этих жидкостей зависит только от температуры и давления и не зависит от скорости сдвига. График зависимости касательного напряжения от градиента скорости  $dv_y/dz$  (кривая течения) представляет собой прямую линию, тангенс угла наклона которой численно равен коэффициенту динамической вязкости  $\eta$ . Все газы, жидкости и растворы с небольшой молекулярной массой составляют группу ньютоновских сред.

Существуют жидкости, для которых зависимость (5.1) не является справедливой. Такие жидкости представляют собой нечто среднее между пластическими телами и жидкостями и в отличие от обычных нормальных (ньютоновских) жидкостей называются неньютоновскими, или аномальными. К их числу относятся разного рода суспензии и коллоидные растворы, представляющие собой физически неоднородные тела, состоящие из двух фаз: твердой и жидкой. Вязкость аномальных жидкостей изменяется в зависимости от скорости течения, количества содержащейся твердой фазы, степени ее дисперсности, а также предыстории.

Реальные жидкости можно разделить на три класса:

1. Системы, для которых скорость сдвига в каждой точке есть функция только напряжения сдвига в той же точке.
2. Системы, в которых связь между напряжением и скоростью сдвига зависит от времени действия касательного напряжения.
3. Системы, обладающие свойствами как твердого тела, так и жидкости (вязкоупругие среды).

Рассмотрим системы 1-го типа. Их свойства можно описать уравнением

$$\frac{dv_y}{dz} = f(\tau).$$

Наряду с ньютоновскими, среди них можно выделить три группы жидкостей:

- бингамовские пластичные среды;
- псевдопластичные жидкости;
- дилатантные жидкости.

Кривые течения, характерные для этих групп, приведены на рис. 5.2.

*Бингамовские пластики.* Достижение некоторого значения напряжения сдвига приводит к возникновению течения до этого неподвижной среды. Такое поведение присуще буровым растворам, краскам,

зубной пасте и сточным водам. Объяснение поведения бингамовских пластиков исходит из предположения о наличии у покоящейся жидкости пространственной структуры, достаточно жесткой, чтобы сопротивляться любому напряжению, не превосходящему предел текучести. При повышении напряжения сдвига структура разрушается и система начинает течь.

*Псевдопластики* не обнаруживают предела текучести, отношение напряжения сдвига к скорости сдвига постепенно увеличивается с ростом  $dv_y/dz$ . При очень больших скоростях сдвига кривая течения становится линейной (это соответствует значению коэффициента вязкости  $\eta_\infty$ ).

Можно предположить, что с ростом скорости сдвига асимметричные молекулы постепенно ориентируются вдоль направления потока.

*Дилатантные жидкости.* Вязкость этих жидкостей повышается с ростом скорости сдвига. Такой тип течения может наблюдаться в суспензиях при большом содержании твердой фазы. Когда такие материалы подвергаются сдвигу с малой скоростью деформации, жидкость служит смазкой, уменьшающей трение частиц друг о друга, и напряжения, следовательно, невелики. При больших величинах напряжения сдвига плотная упаковка частиц нарушается, жидкости оказывается недостаточно для смазки трущихся частиц, и действующие напряжения возрастают, иными словами, увеличение скорости сдвига может стимулировать структурообразование в жидкости, что приводит к возрастанию вязкости.

**Методы измерения вязкости.** Коэффициент вязкости жидкостей определяется при помощи приборов, называемых вискозиметрами. Имеется несколько типов вискозиметров, различных по своей конструкции и принципу действия. Основными из них являются капиллярные вискозиметры, вискозиметры истечения и ротационные вискозиметры.

В капиллярных вискозиметрах коэффициент вязкости жидкости определяется путем наблюдений над движением исследуемой жидкости по трубке малого диаметра, в которой устанавливается ламинарный режим течения. Мысленно выделим в жидкости цилиндр радиусом  $r$  и длиной  $L$ . Давление жидкости на торцах цилиндра равно соответственно  $p_1$  и  $p_2$ . В условиях равномерного движения потока сила давле-

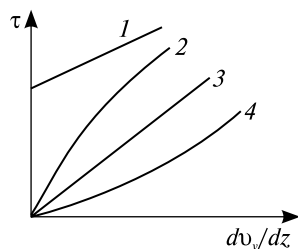


Рис. 5.2. Кривые течения для различных групп жидкостей:  
1 — бингамовский пластик;  
2 — псевдопластик; 3 — ньютоновская жидкость; 4 — дилатантная жидкость

ния на цилиндр  $(p_1 - p_2)\pi r^2$  уравнивается силой трения  $F_{\text{тр}} = S\eta \frac{dv}{dr}$ , действующей на цилиндрическую поверхность со стороны наружных слоев жидкости, поэтому

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 + S\eta \frac{dv}{dr} = 0,$$

или, так как  $S = 2\pi r l$ , то

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 + 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} = 0.$$

Интегрируя равенство, получим

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + c.$$

Константа интегрирования находится из граничных условий: при радиусе трубки  $R$ , где жидкость «прилипает» к стенкам, скорость жидкости обращается в 0. Следовательно,

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Расход жидкости, т. е. объем среды, протекающий через поперечное сечение трубки в единицу времени, равен

$$\frac{V}{t} = \int_0^R v 2\pi r dr = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \Delta p. \quad (5.4)$$

Измеряя расход жидкости, перепад давления, длину трубки и ее радиус, из уравнения Пуазейля (5.4) можно определить коэффициент вязкости жидкости.

На практике определение коэффициента вязкости обычно производится путем сравнения расходов или времен истечения одинаковых объемов двух жидкостей: исследуемой и стандартной, коэффициент вязкости которой известен, по двум одинаковым капиллярным трубкам при всех прочих равных условиях. На этом принципе основано устройство капиллярного вискозиметра Жуковского, расчетная формула для которого имеет вид

$$\eta_1 = \eta_2 \frac{V_1}{V_2},$$

где  $\eta_1$  — коэффициент вязкости исследуемой жидкости;  $\eta_2$  — коэффициент вязкости эталонной жидкости;  $V_1$  и  $V_2$  — объемы жидкостей, вы-

текающие по капиллярным трубкам одинаковой длины и диаметра за одно и то же время.

В ротационных вискозиметрах испытуемая жидкость помещается в зазор между двумя длинными вертикально расположенными соосными цилиндрами. Один из них приводится во вращение с варьируемой угловой скоростью, в то время как другой цилиндр испытывает закручивающее усилие, величина которого измеряется в процессе эксперимента. Изменение крутящего момента в зависимости от числа оборотов вращающегося цилиндра можно интерпретировать как связь между напряжением сдвига и скоростью сдвига. Изменение скорости сдвига в каждой точке исследуемого образца зависит от ширины кольцевого зазора между цилиндрами. Если щель достаточно мала, то изменение скорости сдвига поперек зазора будет незначительно, т. е. радиальное изменение указанной величины будет пренебрежимо мало. Величина вязкости жидкости в этих вискозиметрах определяется по скорости вращения подвижного цилиндра при заданном крутящем моменте или, наоборот, по крутящему моменту, вызывающему заданную скорость

$$\eta = K \frac{M}{\omega},$$

где  $M$  — крутящий момент;  $\omega$  — угловая скорость;  $K$  — постоянная прибора.

Известное применение на практике получили также вискозиметры, в которых коэффициент вязкости определяется по времени равномерного падения шарика в вертикальной прозрачной трубке, заполненной исследуемой жидкостью. На шарик, падающий в вязкой жидкости, действуют три силы: сила тяжести ( $Vg\rho$ ), архимедова сила ( $Vg\rho_{\text{ж}}$ ) и сила сопротивления ( $6\pi\eta rv$ ). Уравнение движения шарика в жидкости имеет вид

$$Vg(\rho - \rho_{\text{ж}}) - 6\pi\eta rv = V\rho \frac{dv}{dt},$$

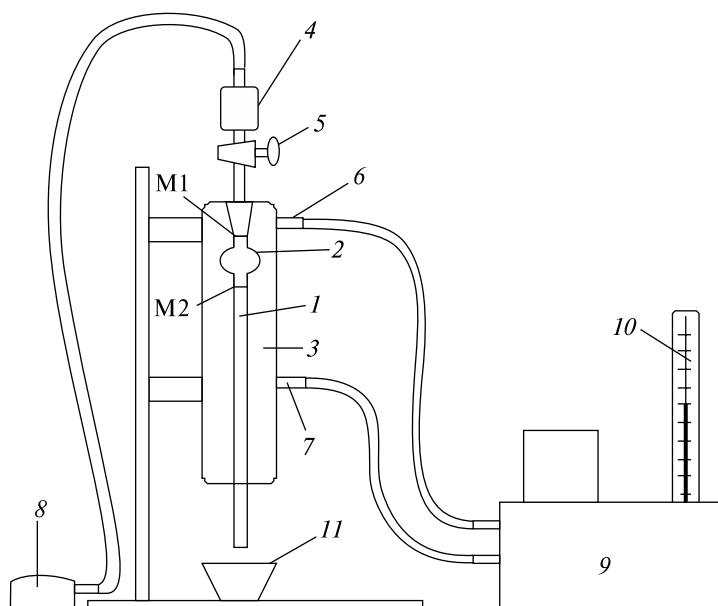
где  $V$  — объем шарика;  $\rho$  — его плотность;  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости;  $\eta$  — коэффициент вязкости жидкости;  $r$  — радиус шарика;  $v$  — скорость шарика. Для установившегося движения  $v = v_{\text{уст}} = \text{const}$ ,  $\frac{dv}{dt} = 0$ . Измеряя на опыте установившуюся скорость движения шарика  $v_{\text{уст}}$  и величины  $r$ ,  $\rho$ ,  $\rho_{\text{ж}}$ , можно определить коэффициент вязкости жидкости по формуле

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{v}.$$

**Определение коэффициента вязкости с помощью капиллярного вискозиметра.** Капиллярный вискозиметр типа ВПЖ-3 (рис. 5.3) представляет собой капиллярную трубку 1 с измерительным резервуаром 2, ограниченным двумя метками М1 и М2. Капиллярная трубка впаяна внутри корпуса вискозиметра 3, имеющего два отвода. К прибору прилагается насадка 4 с краном 5. Насадка соединяется конусом с корпусом.

Измерение вязкости при помощи вискозиметра основано на определении времени истечения через капилляр определенного объема жидкости из измерительного резервуара.

Собрав прибор, как показано на рисунке, и соединив его с термостатом 9, опускают капиллярную трубку в сосуде 11 с исследуемой жидкостью. Открыв стеклянный кран 5, с помощью резиновой груши 8 заполняют жидкостью из сосуда измерительный резервуар и насадку 4 вискозиметра до тех пор, пока насадка не наполнится примерно наполовину. Затем закрывают кран.



*Рис. 5.3. Капиллярный вискозиметр:*

1 – капиллярная трубка; 2 – измерительный резервуар с метками М1 и М2; 3 – корпус вискозиметра; 4 – насадка; 5 – кран; 6, 7 – подводящие и отводящие трубки термостата; 8 – резиновая груша; 9 – термостат; 10 – контактный термометр; 11 – сосуд с исследуемой жидкостью

После выдержки прибора при заданной температуре  $t$  открывают кран, опускают сосуд и измеряют время истечения жидкости между отметками М1 и М2 измерительного резервуара.

Коэффициент вязкости жидкости рассчитывают по формуле

$$\eta = k t \rho,$$

где  $k = 0,1854 \text{ (мм}^2/\text{с}^2\text{)}$  — константа вискозиметра;  $t$  — среднее (по нескольким измерениям) время истечения жидкости в секундах;  $\rho$  — плотность жидкости в  $\text{г/см}^3$ .

Измерив температуру воды в термостате с помощью контактного термометра  $10$ , можно получить зависимость  $\eta = f(T)$ .

**Определение коэффициента вязкости жидкостей с помощью ротационного вискозиметра.** Ротационный вискозиметр «Реотест-2» предназначен для определения динамической вязкости ньютоновских жидкостей, а также реологических исследований неньютоновских жидкостей.



«Реотест-2» отличается широким диапазоном измерений касательного напряжения и вязкости. Он состоит из двух основных узлов: вискозиметра и измерительного узла.

Вискозиметр состоит из приводного механизма, механизма измерительного прибора и цилиндрического измерительного устройства. Приводной механизм состоит из синхронного двигателя с переключаемыми полюсами, 12-ступенчатой коробки передач и моста передачи. Измерительный вал может осуществлять 12 различных ступеней числа оборотов, которые устанавливаются поворотом рычага управления и наблюдаются на шкале.

Механизм измерительного прибора является механико-электрическим преобразователем вращающего момента, действующего на внутренний цилиндр системы соосных цилиндров. Внешний цилиндр жестко закреплен. В кольцеобразном зазоре этой системы находится исследуемое вещество. Посредством измерительного вала внутренний цилиндр соединяется с цилиндрической винтовой пружиной, отклонение которой представляет меру вращающего момента  $M$ .

Цилиндрическое измерительное устройство состоит из измерительного цилиндра, мерного цилиндра и сосуда для регулирования температуры. С прибором Реотест-2 могут комбинировать 5 цилиндрических измерительных устройств различных геометрических размеров: устройство N для низких вязкостей, устройство S с измерительными цилиндрами S1, S2, S3 для средних вязкостей и устройство H для высоких вязкостей.

Измерительный узел содержит электронные группы деталей прибора «Реотест-2». Символы на передней панели имеют следующие значения:

-  включатель-выключатель двигателя;
- $\alpha$  включатель-выключатель механизма измерительного прибора;
- $\rightarrow 0 \leftarrow$  механическое уравнивание нулевой точки измерительного прибора;
-  электрическое уравнивание нулевой точки индикаторного прибора.

При включении прибора загораются контрольные лампы. Индикаторным прибором измеряют ток в диагональной ветви мостовой схемы прибора «Реотест-2». Приборный потенциометр, который является частью мостовой схемы, определяет отклонение стрелки динамометра. Показания  $\alpha = 0-100$  делений шкалы индикаторного прибора пропорциональны измеряемому вращающему моменту динамометра, а тем самым и касательному напряжению в кольцеобразном зазоре цилиндрических измерительных устройств.

Механическое уравнивание нулевой точки производится при отключенном приборе. Электрическое уравнивание нулевой точки осуществляется при включенном механизме измерительного прибора и включенном двигателе, ступень передачи 8а без исследуемого вещества, т. е. со свободно вращающимся измерительным цилиндром.

Для проведения измерений следует налить в мерный цилиндр необходимое количество исследуемого вещества (табл. 5.1), соединить цилиндрическое измерительное устройство с механизмом измерительного прибора и вставить мерный цилиндр в сосуд для регулирования температуры.

*Таблица 5.1*

**Объем жидкости, необходимый при работе с прибором «Реотест-2»**

Система измерения	N	S1	S2	S3	H
Объем жидкости (мл)	10	25	30	50	17

Измерения необходимо начинать с низких величин угловых скоростей, постепенно увеличивая число оборотов измерительного цилиндра, например, только переключением передач на более высокие (последовательность положений 1а, 2а, 3а, ..., 12а). Если требуется увеличить количество точек измерения, то это можно осуществить пере-



ключением числа оборотов двигателя (положение б). В табл. 5.2 указаны числа оборотов, соответствующие данным ступеням числа оборотов.

Таблица 5.2

**Характеристика числа оборотов прибора «Реотест-2»**

Ступень числа оборотов	Число оборотов (мин <sup>-1</sup> )	Ступень числа оборотов	Число оборотов (мин <sup>-1</sup> )
1a	5/9	16	5/18
2a	1	26	0,5
3a	5/3	36	5/6
4a	3	46	1,5
5a	5	56	2,5
6a	9	66	4,5
7a	15	76	7,5
8a	27	86	13,5
9a	45	96	22,5
10a	81	106	40,5
11a	135	116	67,5
12a	243	126	121,5

Представляет интерес запись кривых гистерезиса. В этом случае записывают касательное напряжение сначала для возрастающих, а затем убывающих значений числа оборотов цилиндра.

Касательное напряжение (отнесенное к радиусу внутреннего цилиндра), действующее в исследуемом веществе, определяют по формуле

$$\tau_r = z\alpha,$$

где  $\tau_r$  – касательное напряжение (дн/см<sup>2</sup>);  $z$  – константа цилиндра (дн/см<sup>2</sup>) · (1/дел. шкалы);  $\alpha$  – значение, отсчитанное по шкале индикаторного прибора (дел. шкалы).

Зависящая от размеров системы цилиндров и от константы пружины динамометра константа цилиндра  $z$  указана в табл. 5.3 по диапазонам 1 и 2 касательных напряжений.

Величина, пропорциональная числу оборотов вращающегося цилиндра и зависящая от размеров системы цилиндров, называется

скоростью сдвига  $D$ . Значения этой величины (отнесенные к радиусу внутреннего цилиндра), соответствующие данным ступеням числа оборотов, указаны в табл. 5.4.

Таблица 5.3

**Константа цилиндра прибора «Реотест-2»**

Мерный бачок/ цилиндр	Константа цилиндра	
	Диапазон 1	Диапазон 2
	$Z$	$Z$
	дн/см <sup>2</sup>	дн/см <sup>2</sup>
N/N	3,10	32,8
S/S1	5,51	57,2
S/S2	5,84	62,0
S/S3	7,76	84,6
H/H	27,0	287,3

Таблица 5.4

**Значения скорости сдвига**

Ступени числа оборотов	Скорость сдвига $D_r$ , с <sup>-1</sup>	Ступени числа оборотов	Скорость сдвига $D_r$ , с <sup>-1</sup>
1a	3,0	16	1,5
2a	5,4	26	2,7
3a	9,0	36	4,5
4a	16,2	46	8,1
5a	27,0	56	13,5
6a	48,6	66	24,3
7a	81,0	76	40,5
8a	145,8	86	72,9
9a	243,0	96	121,5
10a	437,4	106	218,7
11a	729	116	364,5
12a	1312	126	656

По измеренным значениям касательного напряжения  $\tau_r$  и скорости деформации  $D_r$  вычисляется коэффициент динамической вязкости  $\eta$  исследуемой жидкости

$$\eta = \frac{\tau_r}{D_r} 100,$$

где  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости (сПз);  $\tau_r$  — касательное напряжение (дн/см<sup>2</sup>);  $D_r$  — скорость сдвига (с<sup>-1</sup>).

### **Порядок выполнения работы**

1. Для каждого образца жидкости определите оптимальный диапазон угловых скоростей в соответствии с чувствительностью и динамическим диапазоном прибора, т. е. выберите подходящую измерительную насадку из набора.

2. Установите механический и электрический нули.

3. Проведите измерения касательного напряжения, сначала увеличивая, а затем уменьшая число оборотов цилиндра. Данные измерений занесите в таблицу.

4. Постройте график зависимости касательного напряжения от скорости сдвига (деформации):  $\tau_r = f(D_r)$ .

5. Вычислите динамический коэффициент вязкости жидкостей, используя расчетную формулу и зависимость  $\tau_r = f(D_r)$ .

6. Измерьте динамическую вязкость ньютоновских жидкостей при различных температурах, регулируя ее с помощью термостата. Постройте график зависимости  $\eta = f(T)$ .

7. Оцените погрешности измерений  $\eta$  глицерина, сравнив данные измерений с табличным значением ( $\eta^{20\text{ }^\circ\text{C}}_{\text{табл}} = 1490$  сПз). После каждого измерения необходимо промывать и вытирать заправочную емкость и насадки.

## **5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФфуЗИИ ЖИДКОСТЕЙ ТЕНЕВЫМ МЕТОДОМ**

Изучение явления диффузии имеет существенное значение для исследования разнообразных физико-технических процессов и технологий, в физической химии и биологии, а также представляет практический интерес в области аэродинамики и т. д. Изучение диффузии жидких сред является одним из основных методов исследования их структуры. Измерение коэффициентов диффузии различных членов гомологического ряда (например, предельных углеводородов в воде)

и сравнение их с молекулярными весами дает информацию о подвижности растворенных макромолекул и служит источником сведений об их геометрических и гидродинамических характеристиках.

Макроскопическая направленная диффузия возникает при ненулевой величине пространственного градиента концентрации растворенного вещества. Процесс описывается двумя уравнениями переноса. Первое из них отражает тот факт, что поток диффузанта пропорционален градиенту его концентрации

$$\vec{j} = -D \text{grad}(c), \quad (5.5)$$

где  $\vec{j}$  — плотность потока вещества (число частиц, проходящих через единичную площадь поверхности в единицу времени,  $\text{м}^{-2}\text{с}^{-1}$ ), диффундирующего в направлении уменьшения концентрации;  $D$  — коэффициент диффузии;  $c$  — концентрация компонента смеси. Это уравнение называется первым законом Фика.

Второе уравнение диффузии (второй закон Фика) основано на том, что в отсутствии конвекции скорость изменения количества вещества в некотором выделенном объеме  $V$  определяется его потоком через поверхность  $S$ , ограничивающую этот объем, и, следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V c(x, y, z) dV = - \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = - \int_V \text{div}(\vec{j}) dV,$$

откуда в предположении постоянства коэффициента диффузии следует

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\text{div}(\vec{j}) = -\text{div}[-D \text{grad}(c)] = D \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) c. \quad (5.6)$$

Рассматривая в дальнейшем процессы одномерной диффузии, запишем (5.6) в виде

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \quad (5.7)$$

Методы определения коэффициента диффузии основаны на решении (5.7) при определенных краевых условиях, под которыми понимается совокупность начальных и граничных условий.

Рассмотрим задачу о диффузионном перемешивании двух слоев жидкости, в которой краевые условия формулируются следующим образом:

$$c(x, 0) = \begin{cases} c_1 & \text{при } x \leq 0, \\ c_2 & \text{при } x \geq 0, \end{cases} \quad (5.8)$$

$$c(-\infty, t) = c_1, \quad (5.9)$$

$$c(\infty, t) = c_2. \quad (5.10)$$

Общее решение уравнения (5.7) имеет вид

$$c(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} (A_k \cos(kx) + B_k \sin(kx)) \exp(-k^2 Dt). \quad (5.11)$$

Поскольку параметр  $k$  является произвольным, то можно перейти от суммирования к интегрированию по параметру  $k$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ :

$$c(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} (A_k \cos(kx) + B_k \sin(kx)) \exp(-k^2 Dt) dk. \quad (5.12)$$

Используя краевые условия (5.8)–(5.10), получаем решение в виде

$$\begin{aligned} c(x, t) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \left[ \int_{-\infty}^0 c(z, 0) \exp\left(-\frac{(x-z)^2}{4Dt}\right) dz + \int_0^{\infty} c(z, 0) \exp\left(-\frac{(x-z)^2}{4Dt}\right) dz \right] = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \left[ c_1 \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{(x-z)^2}{4Dt}\right) dz + c_2 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{(x-z)^2}{4Dt}\right) dz \right]. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Введем обозначение

$$y = \frac{x-z}{2\sqrt{Dt}}, \quad dy = -\frac{dz}{2\sqrt{Dt}}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} c(z, t) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ c_1 \int_{x/2\sqrt{Dt}}^{\infty} \exp(-y^2) dy + c_2 \int_{-\infty}^{x/2\sqrt{Dt}} \exp(-y^2) dy \right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[ \left( c_1 \int_0^{\infty} \exp(-y^2) dy - c_1 \int_0^{x/2\sqrt{Dt}} \exp(-y^2) dy \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left( c_2 \int_{-\infty}^0 \exp(-y^2) dy + c_2 \int_0^{x/2\sqrt{Dt}} \exp(-y^2) dy \right) \right]. \end{aligned}$$

Поскольку  $\int_{-\infty}^0 \exp(-y^2) dy = \int_0^{\infty} \exp(-y^2) dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ , то

$$c(x,t) = \frac{c_1 + c_2}{2} - \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2\sqrt{Dt}} \exp(-y^2) dy = \frac{c_1 + c_2}{2} - \frac{c_1 - c_2}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right), \quad (5.14)$$

где  $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-y^2) dy$  — функция ошибок Гаусса.

Величина  $l_d = \sqrt{Dt}$ , входящая в формулу (5.14), называется длиной диффузии. Как видно из рис. 5.4, где показан график функции (5.14) при разных значениях параметра  $l_d$ , диффузионная длина задает характерный размер области пространства, в которой в процессе диффузии происходит существенное изменение концентрации.

При изучении нестационарных процессов тепло- и массопереноса зачастую предпочтение отдается оптическим методам: теневому; интерференционному и голографическому. Их преимуществами является бесконтактность (что не вносит искажений в протекающий процесс) и практическое отсутствие инерционных погрешностей (что позволяет исследовать быстро протекающие процессы). К недостаткам этих методов можно отнести необходимость оптической прозрачности исследуемой среды и наличие высококачественных фотоматериалов (фотоприемников) для получения интерферограмм.

Теневой метод заключается в измерении смещения светового луча при прохождении через среду с градиентом показателя преломления.

Теневой метод Винера реализуется следующим образом. При помощи диафрагмы (щели) создается узкий пучок света, который проходит через стеклянную кювету с исследуемыми жидкостями (рис. 5.5).

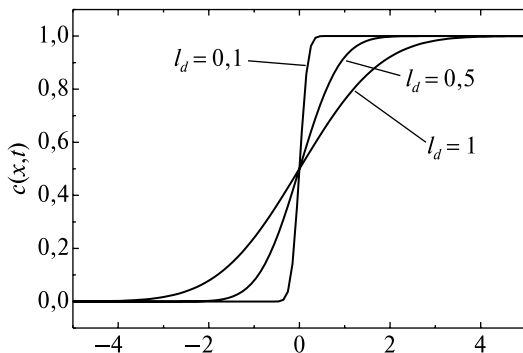


Рис. 5.4. График функции (5.14) при  $c_1 = 0$ ,  $c_2 = 1$  и различных значениях диффузионной длины

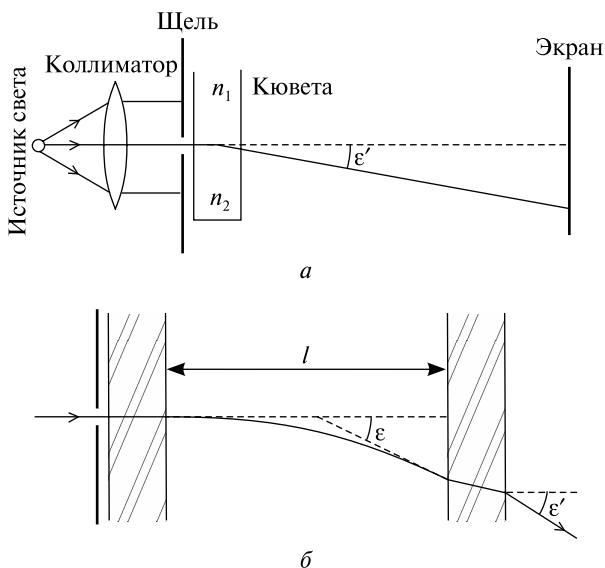


Рис. 5.5. Схема экспериментальной установки (а) и ход светового луча в кювете (б)

Слой менее плотной жидкости располагается сверху. Наличие градиента концентрации в среде вызывает отклонение пучка на некоторый угол  $\epsilon$ , пропорциональный градиенту показателя преломления (так как  $dn/dx \cong dc/dx$ , то  $\epsilon \cong dc/dx$ ). Отклонение наблюдается на экране или фотографируется.

В случае малой ширины стеклянной кюветы можно считать, что траектории лучей проходят через область с постоянным градиентом показателя преломления. При малых углах отклонения  $\epsilon$  траектория луча заменяется дугой окружности длиной  $l$  и радиусом  $R$ , который связан с grad  $n$  формулой

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}.$$

В соответствии с уравнением распространения светового луча  $\epsilon = l/R$ . Световой луч дополнительно отклоняется при входе в воздух, поэтому регистрируемый угол отклонения  $\epsilon'$  по закону рефракции Снеллиуса ( $n_{\text{возд}} \approx 1$ ) равен

$$\frac{\sin(\epsilon')}{\sin(\epsilon)} = \frac{\epsilon'}{\epsilon} = n, \quad \epsilon' = n\epsilon = l \frac{dn}{dx}.$$

Когда  $\epsilon$  мало, не учитывается также смещение светового луча при прохождении стеклянной стенки кюветы.

Решение уравнения Фика (5.7) для данного случая представляется формулой (5.14). Если считать, что показатель преломления  $n$  линейно зависит от концентрации  $c$ , то выражение для  $n$  будет иметь вид, аналогичный (5.14):

$$n(x, t) = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{n_2 - n_1}{2} \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right), \quad (5.15)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления первой и второй жидкости соответственно. При  $x = 0$  и любых значениях  $t$ , не равных нулю,

$$n(0, t) = \frac{n_1 + n_2}{2}.$$

В любой момент времени градиент показателя преломления в точке  $x = 0$  имеет максимальное значение, равное

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}}, \quad (5.16)$$

и максимальный угол отклонения  $\epsilon'$  соответственно определяется по формуле

$$\epsilon' = l \frac{dn}{dx} = l \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}}. \quad (5.17)$$

Величина  $t$ , обозначающая промежуток времени от начала диффузии до момента наблюдения, при данных условиях трудно поддается точному измерению, и определение коэффициента диффузии из одного наблюдения оказывается неточным. Поэтому необходимо найти величину  $\epsilon'$  для нескольких различных моментов времени. Для моментов времени  $t_1$  и  $t_2$  получим углы отклонения  $\epsilon'_1$  и  $\epsilon'_2$

$$\epsilon'_1 = l \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt_1}}, \quad \epsilon'_2 = l \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt_2}}.$$

Отсюда

$$D = \frac{l^2 (n_2 - n_1)^2}{4\pi (t_2 - t_1)} \left( \frac{1}{\epsilon'^2_2} - \frac{1}{\epsilon'^2_1} \right). \quad (5.18)$$

В диффузометрах первоначально четкая граница приводимых в соприкосновение жидкостей устанавливается посредством наложения более легкой из двух жидкостей на более тяжелую или подслаиванием более тяжелой под легкую.



Принципиальная схема метода, применяемого для определения коэффициента диффузии, изображена на рис. 5.5. Луч лазера проходит через микрообъектив, коллиматор, диафрагму и диффузионную кювету, градиент концентрации в которой направлен вертикально, а затем попадает на экран.

При наличии градиента показателя преломления лучи, прошедшие через слой жидкости, отклоняются в сторону увеличения  $n$  в тем большей степени, чем выше градиент концентрации в соответствующем слое.

По мере протекания процесса диффузии максимальный градиент, а в соответствии с ним и угол отклонения луча  $\epsilon$ , будет изменяться. Измеряя смещение луча в различные моменты времени после начала диффузии, по формуле (5.18) рассчитывается коэффициент диффузии.

### **Порядок выполнения работы**

1. Соберите оптическую схему, как показано на рис. 5.5, и сфокусируйте ее, получив на экране тонкий световой пучок.

2. На пути параллельного пучка лучей поставьте на столик диффузионный сосуд и налейте в него до половины воду.

3. Наберите в шприц раствор поваренной соли известной концентрации и, осторожно опустив трубочку на дно сосуда, подслаивайте раствор до тех пор, пока луч не пересечет границу раздела двух жидкостей. Зафиксируйте время начала диффузии.

4. Измерьте величину смещения луча в моменты времени  $t_2$  и  $t_1$ . Вычислите коэффициент диффузии.

Показатель преломления воды  $n_1 = 1,333$ , показатель преломления 20 % раствора поваренной соли  $n_2 = 1,364$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Чем обусловлено наличие вязкого трения в движущихся потоках жидкостей и газов?

2. Какому закону подчиняется движение жидкостей и газов? Объясните физический смысл динамического коэффициента вязкости.

3. Как зависит вязкость жидкостей и газов от температуры и давления? Чем можно объяснить эту зависимость?

4. В чем состоит отличие ньютоновских жидкостей от аномальных жидкостей?

5. Изобразите графически зависимость касательного напряжения от градиента скорости бингамовских пластичных жидкостей, псевдо-

пластичных, дилатантных и ньютоновских жидкостей. Объясните эту зависимость.

6. Какие приборы используются для измерения вязкости жидкостей? Объясните принцип их действия.

7. Почему для слоя жидкости в зазоре между двумя соосными цилиндрами, используемыми в ротационном вискозиметре, можно применить закон Ньютона?

8. Назовите единицы измерения динамического и кинематического коэффициентов вязкости сред.

### Список литературы

*Кикоин, А. К.* Молекулярная физика / А. К. Кикоин, И. К. Кикоин. М., 1976.  
*Рид, Р.* Свойства газов и жидкостей / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд. Л., 1982.

*Румер, Ю. Б.* Термодинамика, статистическая физика и кинетика / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. М., 1972.

*Уилкинсон, У. Л.* Неньютоновские жидкости / У. Л. Уилкинсон. М., 1964.

*Юдаев, Б. Н.* Теплопередача / Б. Н. Юдаев. М., 1973.

## 6. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ХАРМАНА

---

Цель работы — ознакомиться с теоретическими основами термоэлектрического преобразования энергии, а также методом Хармана исследования термоэлектрических материалов и практической реализацией этого метода.

### 6.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ

Термоэлектрический преобразователь является тепловой машиной и, подобно любой тепловой машине, подчиняется законам термодинамики. Рассмотрим преобразователь в виде термоэлемента, состоящего из ветвей *A* (полупроводник *n*-типа) и *B* (полупроводник *p*-типа) (рис. 6.1). Эффективность  $\eta$  такого термоэлемента определяется как от-

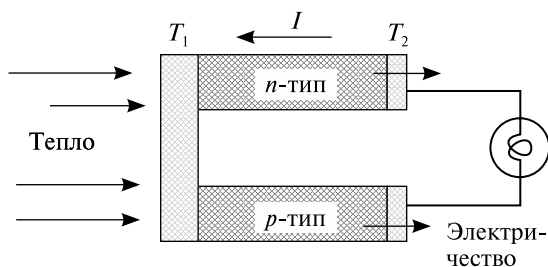


Рис. 6.1. Термоэлектрический генератор на основе эффекта Зеебека

ношение электрической энергии  $W_{\text{нагр}}$ , переданной нагрузке, к теплу  $Q_{\text{гор}}$ , поглощенному на горячем конце ветвей:

$$\eta = \frac{W_{\text{нагр}}}{Q_{\text{гор}}}. \quad (6.1)$$

Можно показать, что эффективность  $\eta_p$  при максимальной выходной мощности будет равна

$$\eta_p = \frac{T_1 - T_2}{\frac{3T_1}{2} + \frac{T_2}{2} + \frac{4}{Z}}, \quad (6.2)$$

а максимальная эффективность

$$\eta_{\text{max}} = \eta_c \cdot \chi, \quad (6.3)$$

где

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (6.4)$$

называется КПД Карно, а

$$\chi = \frac{\sqrt{1 + Z\bar{T}} - 1}{\sqrt{1 + Z\bar{T}} + \frac{T_1}{T_2}}. \quad (6.5)$$

В формуле (6.5)

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (6.6)$$

есть средняя температура преобразователя, а величина  $Z$  определяется параметрами материалов, из которых изготовлен термоэлектрический преобразователь

$$Z = \frac{\alpha_{AB}^2}{\left[ \left( \frac{\lambda_A}{\sigma_A} \right)^{1/2} + \left( \frac{\lambda_B}{\sigma_B} \right)^{1/2} \right]^2}, \quad (6.7)$$

где  $\alpha_{AB}$  — коэффициент термоЭДС материалов ветвей  $A$  и  $B$ ;  $\lambda_A$  и  $\lambda_B$  — коэффициенты теплопроводности этих материалов;  $\sigma_A$  и  $\sigma_B$  — их удельные электропроводности.

Таким образом, максимальная эффективность термоэлектрического генератора (ТЭГ) зависит от КПД Карно  $\eta_c$  и коэффициента  $\chi$ , который определяется параметрами материалов.

Поскольку материалы обеих ветвей преобразователя часто имеют приблизительно одни и те же характеристики, эффективность использования того или иного материала для термоэлектрического преобразования часто задается соотношением Иоффе

$$Z = \frac{\sigma \alpha^2}{\lambda}, \quad (6.8)$$

где произведение

$$P = \sigma \alpha^2 \quad (6.9)$$

называют электрическим фактором мощности. Как следует из формулы (6.8), величина  $Z$ , называемая термоэлектрической добротностью, зависит только от физических свойств термоэлектрического материала (ТЭМ) и имеет размерность обратной температуры. В качестве характеристики термоэлектрической эффективности ТЭМ часто используют безразмерную величину

$$Z\bar{T} = \frac{\sigma \alpha^2 \bar{T}}{\lambda}, \quad (6.10)$$

где  $\bar{T}$  — рабочая или средняя температура преобразователя. Формулы (6.8)–(6.10) отражают тот факт, что при данной разности температур производство электрической энергии будет происходить тем эффективнее, чем больше термоЭДС термоэлемента и чем ниже непродуктивные омические потери тепла в ТЭМ (за счет низкой электропроводности  $\sigma$ ) и потеря мощности за счет высокой теплопроводности  $\lambda$  (вследствие невозможности создать высокую разность температур  $\Delta T$  между ветвями ТЭГ). Чтобы минимизировать эти потери, ТЭМ должен обладать высоким коэффициентом термоЭДС и иметь высокую электропроводность и низкую теплопроводность.

Поскольку термоэлектрическая добротность (ТД) непосредственно связана с КПД ТЭГ соотношениями (6.2) и (6.3), это делает ее очень удобным параметром для сравнения потенциальной эффективности пре-

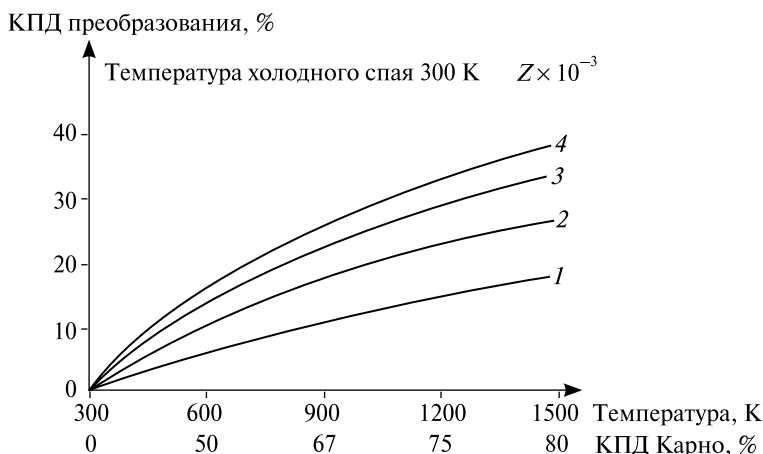


Рис. 6.2. Коэффициент преобразования (генерируемая мощность) в зависимости от температуры горячего спая и КПД Карно для  $Z = 10^{-3}$  (1);  $Z = 2 \cdot 10^{-3}$  (2);  $Z = 3 \cdot 10^{-3}$  (3);  $Z = 4 \cdot 10^{-3}$  (4)

образователей, использующих различные материалы. Значения  $ZT = 1$  при комнатной температуре считаются сегодня хорошими, позволяя достигать КПД порядка 8 %. Возрастание добротности до 2–3 привело бы к увеличению КПД термоэлектрических преобразователей примерно до 20 % и к резкому расширению области их применения, а величина  $ZT$  около 3–4 представляется достаточной для того, чтобы термоэлектрические устройства могли конкурировать по эффективности с электрическими генераторами и холодильными агрегатами обычной конструкции.

Эффективность преобразования как функция рабочей разности температур  $\Delta T$  и КПД Карно  $\eta_c$  приведена на рис. 6.2. При этом предполагается, что параметры, входящие в соотношения (6.8)–(6.10) и определяющие термоэлектрическую добротность, не зависят от температуры (что на самом деле не так).

## 6.2. ДОСТИГНУТЫЙ УРОВЕНЬ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДОБРОТНОСТИ

Достигнутый уровень ТД определяется параметрами лучших на настоящий момент материалов, применяемых для этих целей. Поскольку принципиальные физические ограничения эффективности термоэлектрического преобразования неизвестны, поиску новых ТЭМ с улучшенными параметрами уделяется сейчас очень большое внимание. Вопрос

заключается, однако, в том, каким путем можно достигнуть увеличения эффективности преобразования.

Из приведенных выше соотношений (6.8)–(6.10) видно, что высококачественный ТЭМ должен одновременно иметь высокие значения электропроводности и термоЭДС, а также низкую теплопроводность. ТермоЭДС и проводимость определяются в основном электронными свойствами материала, и поэтому их часто объединяют в одну величину — фактор мощности, определяемый соотношением (6.9). Как видно, фактор мощности возрастает с увеличением электропроводности и коэффициента термоЭДС ТЭМ. Теплопроводность ТЭМ определяется суммой электронного  $\lambda_{\text{э}}$  и решеточного (фононного)  $\lambda_{\text{р}}$  вкладов:

$$\lambda = \lambda_{\text{э}} + \lambda_{\text{р}}. \quad (6.11)$$

При этом следует отметить, что рост  $\sigma$ , который требуется для увеличения фактора мощности (6.9), обычно сопровождается увеличением  $\lambda_{\text{э}}$  в соотношении (6.11) в соответствии с законом Видемана — Франца

$$\frac{\lambda_{\text{э}}}{\sigma} = L_0 T, \quad (6.12)$$

где  $L_0$  — постоянная Лоренца. Для вырожденного электронного газа она имеет значение

$$L_0 = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2,44 \cdot 10^{-8} \frac{B^2}{K^2}, \quad (6.13)$$

а для невырожденного

$$L_0 = 2 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 1,48 \cdot 10^{-8} \frac{B^2}{K^2}, \quad (6.14)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона.

Кроме того, увеличение проводимости сопровождается не только ростом электронной теплопроводности, но обычно и падением термоЭДС, так что оптимизировать величину  $ZT$  оказывается не просто. Фактор мощности иногда можно увеличить, регулируя концентрацию носителей заряда в материале, в то же время возможности уменьшения  $\lambda_{\text{э}}$  и особенно  $\lambda_{\text{р}}$ , которая определяется структурой, величиной межатомной связи (жесткостью), массой атомов и другими характеристиками кристаллической решетки, в материале определенного типа гораздо более ограничены.

Металлы имеют высокую электропроводность, но вместе с тем большую теплопроводность и низкий коэффициент термоЭДС. Полупроводники и изоляторы имеют, наоборот, высокие значения коэф-

фициента термоЭДС и небольшой электронный вклад в теплопроводность, но концентрация носителей заряда и электропроводность у них малы, что ведет к низкому термоэлектрическому фактору мощности. Поэтому лучшими известными термоэлектрическими материалами оказываются сильно легированные полупроводники или полуметаллы с концентрацией носителей заряда порядка  $10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

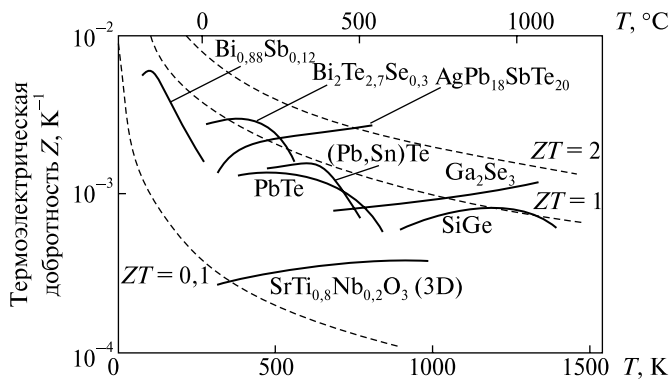


Рис. 6.3. Термоэлектрическая добротность ряда используемых и перспективных материалов

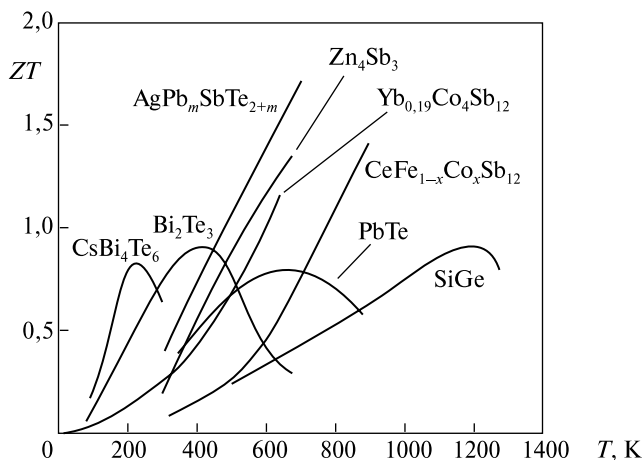


Рис. 6.4. Безразмерная термоэлектрическая добротность некоторых распространенных и перспективных материалов в зависимости от температуры

За последние полвека не было достигнуто значительного улучшения термоэлектрических характеристик однородных материалов, используемых для преобразования энергии. На рис. 6.3 и 6.4 представлены типичные значения величин добротности известных ТЭМ, работающих в различных температурных диапазонах. Из анализа рисунков следует, что у всех представленных материалов даже при повышенных температурах термоэлектрическая добротность располагается в области  $ZT < 2$ . Как видно, лучшими промышленно производимыми ТЭМ, которые широко используются в ТЭГ, по-прежнему остаются полупроводниковые сплавы типа  $(\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x)_2(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_3$ , у которых  $ZT$  при комнатных температурах близка к единице.

Заметим, что для лабораторных образцов при комнатной температуре достигнуты значения  $ZT \sim 2-3$ .

### 6.3. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДОБРОТНОСТИ ТЭМ

Ниже рассматриваются способы повышения ТД и физические идеи, на которых они основываются.

Применительно к однородным полупроводникам, основным способом улучшения их термоэлектрических свойств до сих пор являлось комбинирование изменения их состава и выбор соответствующей зонной структуры.

Важным способом улучшения термоэлектрических свойств в настоящий момент становится также создание пространственно-неоднородных материалов и структур, в которых размеры неоднородностей сравнимы с характерными длинами волн электронов или фононов, т. е. лежат в нанометровой области.

Рассмотрим преимущества и недостатки указанных способов изменения рабочих характеристик термоэлектрических материалов.

Одним из параметров, которые используются для классификации термоэлектрических материалов с точки зрения их добротности, является электропроводность. С этой точки зрения наиболее подходящими являются полупроводники, у которых электропроводность имеет промежуточное (между металлами и диэлектриками) значение, обусловленное концентрацией носителей заряда. Заметим, что именно от последней зависят и два других параметра (коэффициент термоЭДС и коэффициент теплопроводности), входящие в соотношение Иоффе для термоэлектрической добротности.



Как видно из схемы на рис. 6.5, с увеличением концентрации носителей электропроводность растет, а коэффициент термоЭДС падает. В результате фактор мощности  $P$  в соотношении (6.9) проходит через максимум в окрестности концентрации  $1 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Электронный вклад в теплопроводность в соотношении (6.11), который не превышает одной третьей от полной теплопроводности, также растет при увеличении концентрации носителей заряда. Это означает, что оптимизация термоэлектрической добротности согласно формуле Иоффе соответствует концентрации носителей в полупроводниках (рис. 6.5). Именно поэтому до сих пор полупроводники наиболее исследованы с точки зрения термоэлектрических свойств. Среди полупроводников наиболее востребованными промышленными ТЭМ с рабочими температурами ниже 750 К оказались соединения и сплавы на основе висмута (в комбинации с сурьмой, теллуrom и селеном).

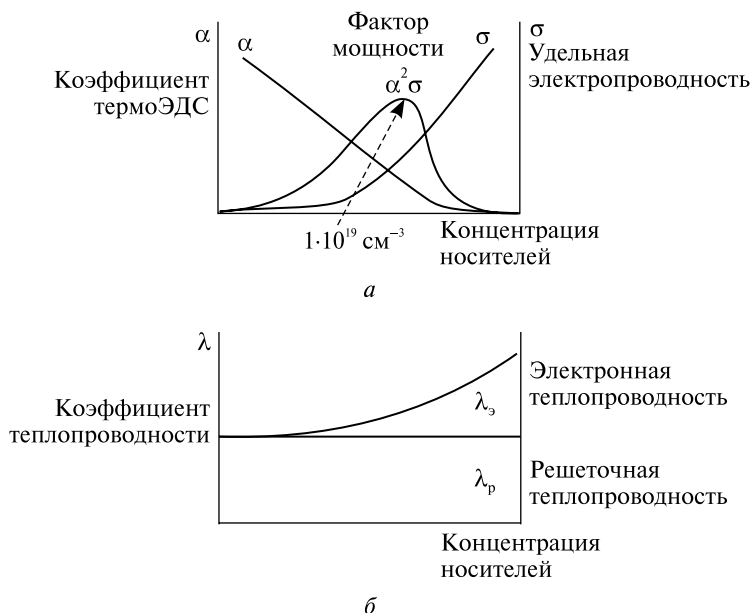


Рис. 6.5. Схематическое изображение зависимостей удельной электропроводности, коэффициента термоЭДС (*a*), фактора мощности и коэффициента теплопроводности от концентрации носителей заряда (*б*)

**Выбор оптимальной концентрации носителей.** Для полупроводниковых ТЭМ один из самых простых с технологической точки зрения и поэтому практически всегда используемый метод улучшения термоэлектрических свойств состоит в выборе оптимального уровня легирования, который обеспечивал бы максимальное значение ТД. Как отмечалось выше, необходимость подбора оптимальной концентрации носителей заряда обусловлена тем, что при ее увеличении проводимость полупроводника обычно растет, а коэффициент термоЭДС падает. Это снижение величины  $\alpha$  можно понять исходя из механизма возникновения эффекта Зеебека.

Если в образце полупроводника с электронным типом проводимости существует перепад температуры, то электроны на горячем конце имеют более высокие энергии и скорости, чем на холодном. Это приводит к тому, что электроны более интенсивно диффундируют от горячего спаия к холодному, чем в обратном направлении. В результате возникает преимущественный поток электронов от горячего спаия к холодному, и на холодном конце образуется отрицательный заряд, а на горячем остается нескомпенсированный положительный. Таким образом возникает объемная термоЭДС.

Если материал содержит носители заряда разных знаков, то их вклады в термоЭДС будут вычитаться, потому что и электроны, и дырки диффундируют с горячего конца образца на холодный, однако приносят с собой заряды противоположного знака. По этой причине хороший термоэлектрический материал должен обладать монополярной проводимостью.

Вернемся теперь к зависимости коэффициента термоЭДС от концентрации носителей заряда. При увеличении концентрации газ носителей заряда (для определенности электронов) становится вырожденным, когда уровень Ферми  $E_F$  (химический потенциал на 1 электрон) попадает в зону проводимости, а энергия Ферми, т. е. расстояние от уровня Ферми до дна этой зоны, превосходит  $k_B T$ . Энергия и скорость частиц определяются при этом величиной  $E_F$  и практически не зависят от температуры (вследствие малого размытия распределения Ферми — Дирака). Поэтому потоки электронов с холодного и горячего концов образца различаются незначительно и коэффициент термоЭДС оказывается малым.

К этому заключению можно прийти и другим путем. Когда распределение электронов становится вырожденным, роль лежащих глубоко под уровнем Ферми состояний уменьшается, так что транспорт электронов в основном осуществляется по состояниям в слое энергий шириной порядка энергии кристаллической решетки  $k_B T$  около уровня

Ферми. Коэффициент термоЭДС  $\alpha$  связан с энергией Пельтье  $E_{\Pi}$  (энергия, переносимая одним электроном) соотношением Кельвина

$$\alpha = E_{\Pi}/k_B T. \quad (6.15)$$

Энергия Пельтье получается суммированием вкладов  $(E - E_F)$  от электронов с энергиями  $E$ , близкими к уровню Ферми. При этом вклады электронных состояний с  $E > E_F$  и дырочных состояний с  $E < E_F$  имеют разные знаки и могут различаться по величине из-за изменения плотности состояний и времени релаксации. В случае сильного вырождения, например, в металлах, относительные изменения плотности состояний малы и уменьшаются с ростом уровня Ферми. Поэтому у металлов термоЭДС оказывается малой и падает при увеличении концентрации носителей.

Заметно выше значения коэффициента термоЭДС и ТД получаются в случае полупроводников и полуметаллов в условиях, когда концентрация не слишком мала, но сильное вырождение отсутствует. На рис. 6.6 приведены результаты расчета проводимости, коэффициента термоЭДС и фактора мощности для полупроводникового соединения РbТе как одного из распространенных ТЭМ. Видно, что наибольшее значение фактора мощности в материале  $n$ -типа получается в том случае, когда уровень Ферми электронов лежит вблизи края зоны проводимости. Тогда сильного вырождения еще нет, а асимметрия плотности состояний и вкладов носителей заряда с  $E > E_F$  и  $E < E_F$  значительна. Кроме того, при таком положении уровня Ферми концентрация дырок, уменьшающих термоЭДС в материале с электронной проводимостью, оказывается очень малой.

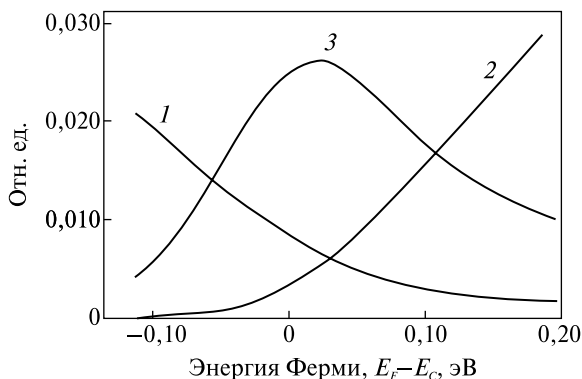


Рис. 6.6. ТермоЭДС (1), электропроводность (2) и фактор мощности (3) в теллуриде свинца как функции энергии Ферми, отсчитанной от дна зоны проводимости

**Выбор оптимальной ширины запрещенной зоны.** Многие полупроводниковые ТЭМ представляют собой твердые растворы, что позволяет управлять их свойствами лишь за счет изменения состава сплава. В частности, в таких материалах изменение состава позволяет варьировать параметры их зонной структуры (например, ширину запрещенной зоны) в целях оптимизации их термоэлектрических свойств посредством управления концентрацией носителей заряда и коэффициентом термоЭДС.

Расчеты показывают, что в хорошем термоэлектрике ширина запрещенной зоны должна быть примерно на порядок величины больше тепловой энергии  $k_B T$ , а уровень Ферми должен располагаться вблизи края зоны основных носителей заряда. Причина этого состоит в том, что при такой ширине запрещенной зоны и уровне Ферми, лежащем вблизи дна зоны проводимости или потолка валентной зоны, концентрация неосновных носителей и их вклад в транспорт становятся пренебрежимо малыми, а это, как было объяснено выше, способствует возрастанию термоЭДС.

**Модификация химического состава.** Еще один стандартный способ улучшения термоэлектрических свойств материала состоит в модификации его химического состава путем приготовления твердых растворов и сплавов или путем выращивания новых химических соединений на его основе. Возникающие при этом изменения не сводятся только к вариации ширины запрещенной зоны.

Одним из основных преимуществ твердых растворов по сравнению с чистыми веществами является их более низкая решеточная теплопроводность, обусловленная рассеянием фононов на структурных дефектах. Наличие дефектов кристаллической решетки в гораздо меньшей степени влияет на снижение электронной теплопроводности, поскольку в силу их большей (по сравнению с фононами) скорости длина волн у тепловых электронов значительно больше, чем у фононов.

При достаточно высоком уровне легирования примесями в полупроводнике может образоваться примесная зона, расположенная либо ниже потолка валентной зоны, либо выше зоны проводимости. Возникающее в окрестности примесной зоны резкое изменение плотности электронных состояний при попадании уровня Ферми в зону может приводить к существенному возрастанию термоЭДС по сравнению с материалом, в котором такой зоны нет. Это следует, например, из известной формулы Мотта, применимой в случае вырожденного электронного газа:

$$\alpha = \frac{\pi^2 T}{3e} \left. \frac{d \ln(v^2 g \tau)}{dE} \right|_{E=E_F}, \quad (6.16)$$

где  $v$  — скорость носителей;  $\tau$  — время релаксации;  $g$  — плотность электронных состояний.

**Пространственно-неоднородные полупроводниковые системы.** Наноструктурированные системы представляют значительный интерес для термоэлектрических применений. К их числу относятся:

- поликристаллические материалы (металлические и полупроводниковые сплавы), в том числе с нанометровыми размерами зерен;
- композиты, представляющие собой некоторую матрицу с регулярными или нерегулярными включениями (частицами) нанометрового размера;
- упорядоченные и неупорядоченные массивы (сетки) из квантовых нульмерных и одномерных объектов (ям, точек, проволок, столбиков);
- сверхрешетки из чередующихся нанослоев и др.

В настоящее время в качестве наиболее перспективных нанотермоэлектриков рассматриваются наноструктурированные пространственно-неоднородные системы с неупорядоченным расположением компонентов. Они более просты в производстве и поэтому более дешевы. Здесь речь идет, в первую очередь, о гетерогенных композиционных системах, в которых наночастицы, нанопроволоки или наностолбики случайным образом распределены в какой-либо однородной матрице.

Переход к неоднородным (гетерогенным) системам и введение размера компонентов системы как дополнительного ее параметра облегчает решение задачи улучшения термоэлектрической добротности. Одно из важнейших изменений физических свойств гетерогенных систем пониженной размерности, приводящих к увеличению ТД, состоит в уменьшении их теплопроводности за счет дополнительного рассеяния фононов на внутренних поверхностях раздела фаз (гетерограницах). Выше уже упоминалось, что атомы замещения в сплавах эффективно рассеивают фононы, уменьшая тем самым теплопроводность кристаллических веществ до так называемого предельного значения в сплаве. Аналогичную роль, и еще более эффективно, могут выполнять и неоднородности нанометровых размеров (сравнимых с длиной волны фонона).

Разумеется, в нанокompозитах, содержащих такие неоднородности, могут изменяться не только фононные, но и электронные свойства, и изменения последних также отражаются на термоэлектрических характеристиках композитов.

Рассмотрим сначала влияние введения нанометровых неоднородностей (наночастиц) на теплопроводность термоэлектрических материалов.

Из формулы Рэлея для сечения рассеяния фононов

$$s \sim a^2/\lambda^4 \quad (6.17)$$

( $a$  — размер рассеивателя;  $\lambda$  — длина волны фонона) видно, что если точечные дефекты в однородном сплаве эффективно рассеивают коротковолновые фононы, то вводимые в него наночастицы будут дополнительно рассеивать фононы со средними и большими длинами волн, в результате чего может значительно уменьшиться теплопроводность. Важно, что для уменьшения решеточной теплопроводности вовсе не требуется упорядоченное расположение нановключений.

Снижение теплопроводности кристаллической решетки не является единственным следствием введения в термоэлектрический материал нанопреципитатов. В нанокомпозитах могут изменяться процессы распространения и рассеяния не только фононов, но и электронов. Дополнительное рассеяние электронов на межзеренных или межфазных границах наноструктурированного материала является важным механизмом возрастания термоЭДС по сравнению с однородным материалом. Причины этого увеличения состоят в следующем. Если носители заряда подлетают к потенциальным барьерам на границах, энергетическое распределение прошедших над барьерами носителей заряда существенно отличается от равновесного: в нем возрастает доля частиц с повышенной энергией, что приводит к увеличению термоЭДС. Однако это возрастание имеет локальный характер. Когда носители с повышенной энергией попадают в другое зерно, их неравновесное распределение постепенно релаксирует к равновесному за счет рассеяния на фононах на длине свободного пробега электронов по энергии  $l_E$ . ТермоЭДС при этом возвращается к своему обычному значению.

Эквивалентную схему для описания гранулированного материала с размером зерен (гранул)  $d > l_E$ , можно представить как систему из последовательно включенных областей с разными значениями коэффициента термоЭДС, соответствующих зернам (гранулам) и межзеренным (межгранульным) границам. При этом зерна имеют такое же значение термоЭДС  $\alpha_z$ , что и материал без межзеренных границ (монокристалл), тогда как термоЭДС межзеренных областей  $\alpha_{тр}$  с толщиной порядка  $l_E$  повышена за счет неравновесности электронного газа в них. Рассматривая материал как эффективную среду, термоЭДС гранулированного материала можно оценить с помощью выражения

$$\alpha_{эфф} = \alpha_{тр} + (\alpha_z - \alpha_{тр}) \frac{l_E}{d}, \quad (6.18)$$

где  $\alpha_z > \alpha_{тр}$ . Из этого соотношения видно, что термоЭДС гранулированного материала возрастает при уменьшении размера зерна  $d$ .

## 6.4. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Очевидно, что термоэлектрическая добротность может быть рассчитана на основании независимо определенных коэффициента термоЭДС, удельной электропроводности и коэффициента теплопроводности в соответствии с соотношением (6.8). Однако в нашей экспериментальной установке реализован метод непосредственного определения термоэлектрической добротности, предложенный в 1958 г. Харманом.

Метод Хармана основан на следующем. При пропускании через образец постоянного тока на одном из его контактов выделяется, а на другом — поглощается некоторая теплота Пельтье. В результате между контактами возникает некоторая разность температур  $\Delta T$ , которая увеличивается до тех пор, пока теплота Пельтье не будет скомпенсирована потоком тепла через образец вследствие его теплопроводности. Напряжение  $V_{DC}$  между гранями образца при пропускании постоянного электрического тока  $I$  складывается из двух составляющих

$$V_{DC} = IR + \alpha \Delta T, \quad (6.19)$$

где  $R$  — омическое сопротивление образца;  $\alpha \Delta T$  — термоЭДС, обусловленная разностью температур между гранями образца.

При пропускании переменного тока в силу инерционности тепловых процессов разность температур между гранями образца будет равна нулю и поэтому разность потенциалов  $V_{AC} = IR$ . Тогда

$$\frac{V_{DC}}{V_{AC}} = 1 + \frac{\alpha \Delta T}{IR}. \quad (6.20)$$

В стационарном состоянии мощность Пельтье компенсируется тепловым потоком через образец, обусловленным его теплопроводностью, в результате чего можно записать

$$PI = \alpha TI = \lambda \frac{\Delta T}{l} S, \quad (6.21)$$

где  $\Pi = \alpha T$  — коэффициент Пельтье;  $T$  — температура;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала;  $l$  — длина образца;  $S$  — площадь сечения образца.

Выражая из последнего соотношения  $\Delta T$  и подставляя в (6.20), получим

$$\frac{V_{DC}}{V_{AC}} = 1 + \frac{\alpha^2 T \Pi}{\lambda S I R} = 1 + \frac{\alpha^2 \sigma}{\lambda} T = 1 + ZT, \quad (6.22)$$

где учтено, что

$$R = \frac{l}{\sigma S}, \quad (6.23)$$

$\sigma$  — удельная электропроводность образца.

Таким образом, в соответствии с (6.22) для определения термоэлектрической добротности достаточно измерить напряжения на образце при пропускании постоянного и переменного тока.

Известно, что точность измерения постоянного напряжения выше по сравнению с точностью измерения переменного напряжения. Поэтому при реализации метода Хармана часто применяют иной алгоритм измерений. Через исследуемый образец пропускают ток постоянной величины. По достижении стационарной разности температур между гранями образца производят измерение величин  $I$ ,  $U_{DC}$ ,  $\Delta T$ . После этого ток отключают и сразу же измеряют напряжение на образце, которое, очевидно, равно

$$V|_{I=0} = \alpha \Delta T. \quad (6.24)$$

Тогда, в соответствии с (6.22),

$$ZT = \frac{V_{DC}}{V_{AC}} - 1 = \frac{V|_{I=0}}{V_{DC} - V|_{I=0}}. \quad (6.25)$$

Коэффициент термоЭДС в соответствии с (6.24) определяется как

$$\alpha = \frac{V|_{I=0}}{\Delta T}. \quad (6.26)$$

Удельная электропроводность, согласно (6.19), (6.23) и (6.24), есть

$$\sigma = \frac{II}{S(U_{DC} - U|_{I=0})}. \quad (6.27)$$

Наконец, коэффициент теплопроводности в соответствии с (6.21) может быть рассчитан как

$$\lambda = \frac{\alpha T II}{\Delta T S}. \quad (6.28)$$

Таким образом, в методе Хармана требуется проведение меньшего числа измерений, чем при определении добротности по измеренным в отдельности параметрам.

Вместе с тем, очевидно, что метод Хармана плохо применим для исследования материалов с малой термоэлектрической добротностью. Действительно, необходимый для достоверного определения коэффи-



циентов термоЭДС и теплопроводности градиент температуры создается за счет теплоты Пельтье; при малых значениях  $\alpha$  и больших значениях  $\lambda$  величина  $\Delta T$  будет принимать малые значения, что приведет к резкому увеличению погрешности.

При реализации метода Хармана, как правило, используют шесть контактов к образцу, как показано на рис. 6.7. Два из них служат для пропускания тока через образец, а четыре другие являются термопарными и могут служить как для измерения температуры на горячей и холодной гранях образца, так и для измерения разности потенциалов между гранями.

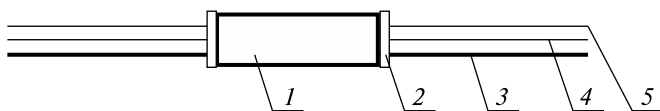


Рис. 6.7. Схема реализации метода Хармана:  
1 — образец; 2 — токораспределительная медная пластина;  
3 — константановый провод; 4 — потенциальный медный провод; 5 — токовый медный провод

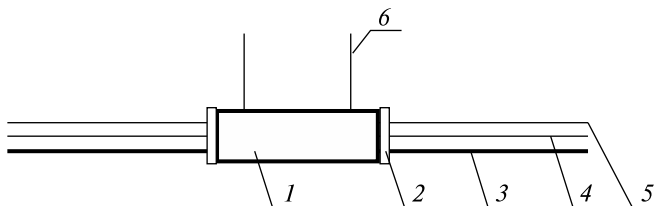


Рис. 6.8. Схема реализации метода Хармана с использованием дополнительных потенциальных зондов:  
1 — образец; 2 — токораспределительная медная пластина;  
3 — константановый провод; 4 — потенциальный медный провод; 5 — токовый медный провод; 6 — потенциальный зонд

Необходимо учитывать, что эффективные термоэлектрические материалы имеют, как правило, высокую электропроводность. Если удельное электрическое сопротивление составляет, к примеру,  $10^{-5}$  Ом·см, то для образца размерами  $5 \times 5 \times 10$  мм<sup>3</sup> сопротивление составит 40 мкОм. Определение таких малых сопротивлений с приемлемой погрешностью по схеме, представленной на рис. 6.7, является невозможным в силу влияния контактного сопротивления. Поэтому при изучении таких образцов необходимо использовать четырехзондовый метод определения удельного сопротивления. Для этого на боковой поверхности образца размещаются два потенциальных зонда и измеряется напряжение между ними при пропускании тока, как показано на рис. 6.8.

### Описание экспериментальной установки

Для экспериментального исследования термоэлектрических материалов в данной лабораторной работе используется автоматизированный измерительный комплекс (АИК), позволяющий определять термоэлектрическую добротность, коэффициент термоЭДС, коэффициент электропроводности и коэффициент теплопроводности методом Хармана в области температур 300–700 К.

Основные технические характеристики АИК:

- диапазон определения коэффициента теплопроводности – 0,5–10 Вт/м·К;
- диапазон определения удельного электрического сопротивления –  $10^{-5}$ – $10^3$  Ом·см;
- диапазон определения коэффициента термоЭДС – 10–1000 мкВ/К;
- диапазон температур измерения – 300–700 К;
- погрешность измерения температуры – не более 0,1 °С;
- погрешность измерения напряжения нановольтметром Agilent 34420A (на пределе измерений 100 мВ) – не более 0,0002 % от измеренного значения + 0,1 мкВ;
- погрешность измерения силы тока – не более 0,15 %;
- стабилизация температуры в диапазоне 300–700 К с точностью 1 %;
- уровень вакуума в измерительной камере – 1 Па;
- допустимые габариты тестируемых образцов:
- длина – от 5 мм до 60 мм;
- ширина – от 4 мм до 20 мм;
- высота – от 4 мм до 20 мм.

В состав АИК входят следующие основные элементы:

- блок измерений;
- блок управления измерением (включая компьютер);
- блок вакуумирования;
- паяльная станция;
- программное обеспечение.

Основой АИК является блок измерений. Он представляет собой герметичную камеру, в которой размещается исследуемый образец термоэлектрического материала. Блок измерений состоит из корпуса, крышки, измерительной ячейки, вакуумметра, восьми герметичных вакуумных вводов, соединительных клемм. Крышка блока измерений имеет две ручки и четыре паза для ее крепления на корпусе блока измерений с помощью прижимных гаек. Стрелочный вакуумметр служит для визуального контроля нарушения вакуума.

Измерительная ячейка блока измерений расположена под крышкой. В ячейке располагается держатель образца, тестируемый образец

термоэлектрического материала, который находится между плоскими медными контактами.

К каждому из двух медных контактов приварены по два медных и одному константовому проводу. Один из медных проводов используется для токоподвода; другой медный провод вместе с константовым образует термопару для определения температуры медного контакта. Еще два медных провода присоединены к прижимным потенциальных зондам и используются для определения сопротивления образца четырехзондовым методом. С помощью специального фиксатора имеется возможность изменять расстояние между медными прижимными контактами для тестирования образцов разной длины.

Крышка блока измерений имеет систему из трех зеркальных отражателей, необходимых для отражения теплового излучения измерительной ячейки при высоких температурах измерений. На крышке имеется выступ, которым она прижимается к вакуумной прокладке с помощью четырех прижимных гаек.

### **Блок вакуумирования**

Блок вакуумирования предназначен для создания и поддержания необходимой степени вакуума в измерительной ячейке. Он выполнен в виде передвижного блока на роликах и состоит из тележки, вакуумного насоса, гибкого вакуумного шланга, хомута вакуумного соединения, вакуумного вентиля и штуцера.

Для обеспечения вакуума в АИК используется безмасляный вакуумный насос спирального типа, модель Varian TriScroll PTS-300. Включение блока вакуумирования производится с блока управления. Вакуумный вентиль предназначен для герметизации вакуумной камеры во время разогрева, когда вакуумный насос временно отключается.

При необходимости проведения измерений в среде инертного газа (например, аргона), предусмотрен дополнительный вход в вакуумный контур. Такая необходимость возникает при тестировании, например, теллурида висмута, который при температуре более 300 °С интенсивно испаряется в вакууме.

### **Блок управления измерением**

Блок управления измерением обеспечивает автоматизацию процесса определения термоэлектрических характеристик тестируемого образца. Он состоит из управляющего компьютера, измерительных приборов, панели управления, на которой расположены главный выключатель, выключатели блока вакуумирования и регулятора ТРМ148, а также регулятор ТРМ148.

Измерительные приборы включают в себя: нановольтметр Agilent 34420A, мультиметр Agilent 34970A, мультиметр Agilent U3606A, используемый также для пропускания тока через образец.

## Программное обеспечение

Блок управления измерением управляется программным обеспечением АИК-в.4.0, которое входит в состав АИК и установлено на управляющем компьютере. На рис. 6.9 показано главное окно программы АИК-в.4.0. Программное обеспечение АИК-в.4.0 является исполняемым файлом в среде LabView 8.6.

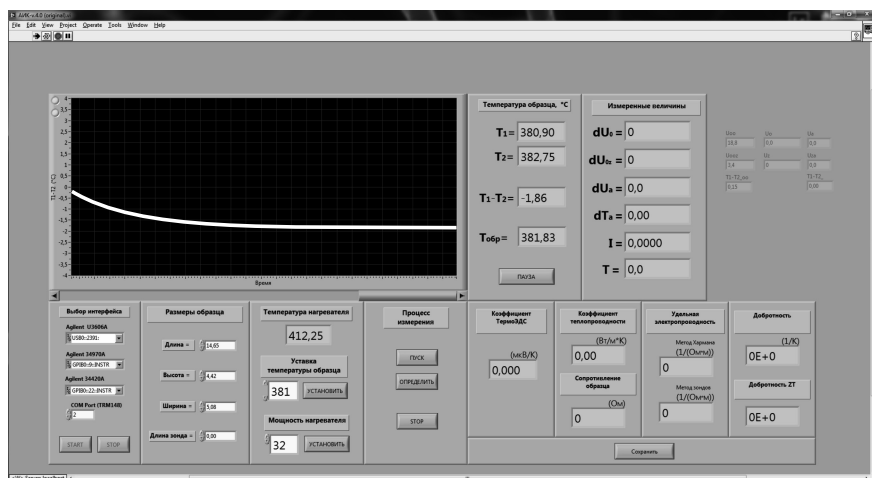


Рис. 6.9. Главное окно программы АИК-в.4.0

Программа позволяет автоматизировать процесс измерения и сохраняет полученные данные в файл для дальнейшего анализа.

## Принцип работы АИК

Принцип определения термоэлектрических характеристик по методу Хармана заключается в следующем:

- через образец пропускается постоянный ток известной величины;
- после достижения стационарной разности температур  $\Delta T$  (за счет эффекта Пельтье) измеряется напряжение  $U_{DC}$  между «горячей» и «холодной» гранями образца, а также напряжение  $U_z$  между потенциальными контактами;
- постоянный ток отключается и сразу же измеряются обусловленные эффектом Зеебека напряжения между «горячей» и «холодной» гранями  $V|_{I=0}$  и между потенциальными контактами  $U_z$ .

По результатам измерений с помощью формул (6.25)–(6.28) вычисляются термоэлектрическая добротность, коэффициент термоЭДС, удельная электропроводность и коэффициент теплопроводности исследуемого материала.

Размещенный в корпусе блока измерений нагреватель позволяет проводить измерения при повышенных (до 400 °С) температурах.

### **Работа на АИК**

Перед проведением работ проводится внешний осмотр АИК. При проведении внешнего осмотра должно быть установлено соответствие АИК следующим требованиям:

- отсутствие механических повреждений блоков АИК (видимых дефектов);
- отсутствие обрыва термопарных, токовых и потенциальных проводов;
- отсутствие посторонних объектов на блоке измерений и блоке управления;
- наличие заземления АИК;
- наличие хорошего контакта соединительных кабелей между измерительными приборами и компьютером.

Перед размещением исследуемого образца термоэлектрического материала необходимо провести контроль его внешнего вида и измерить его габаритные размеры (длину, ширину, высоту, расстояние между потенциальными контактами) для дальнейшего их ввода в ПО АИК-v.4.0.

При подготовке к работе блока измерений следует:

1. Поместить тестируемый образец в вакуумную камеру блока измерений. Для этого установить на боковых гранях образца потенциальные контакты. Затем отвести прижимной контакт держателя образца при помощи фиксатора. Расположить образец вдоль оси держателя и прижать к торцевым медным контактам, отпустив фиксатор.
2. Закрыть вакуумную камеру крышкой и плотно ее прижать к корпусу блока измерений с помощью четырех прижимных гаек.
3. Включить главный выключатель.
4. Запустить процесс откачки вакуумной камеры выключателем, после чего открыть вакуумный вентиль.
5. После откачки камеры закрыть вакуумный вентиль и отключить вакуумный насос.

При подготовке к работе блока управления, которая производится после подготовки блока измерений, необходимо:

1. Включить регулятор ТРМ148.

2. Включить измерительные приборы: нановольтметр Agilent 34420A, мультиметр Agilent 34970A, мультиметр Agilent U3606A согласно эксплуатационной документации на указанные приборы.

3. Включить компьютер и запустить программное обеспечение АИК-v.4.0.

4. На экране компьютера в окне «выбор интерфейса» (рис. 6.10) выбрать соответствующий интерфейс для измерительных приборов.

5. На экране компьютера в окне «размеры образца» ввести измеренные размеры тестируемого образца (длину, ширину, высоту, расстояние между потенциальными контактами).

6. В главном окне программы нажать клавишу «Пуск» (рис. 6.11).

7. С панели прибора Agilent U3606A ввести требуемое значение тока через образец, для чего последовательно нажать клавиши «Local», «Current», выбрать нужное значение тока, вновь нажать клавишу «Current».

8. В главном окне программы нажать клавишу «Пуск». Программа определит «паразитные» напряжения на токовых (поле  $U_{00}$  на рис. 6.9, значение в микровольтах) и потенциальных контактах (поле  $U_{00z}$  на рис. 6.9, значение в микровольтах), а также «паразитную» разность температур (поле  $T_1 - T_{2\_00}$  на рис. 6.9, в градусах Цельсия), после чего через образец потечет постоянный ток, что будет сопровождаться увеличением разности температур между его гранями.

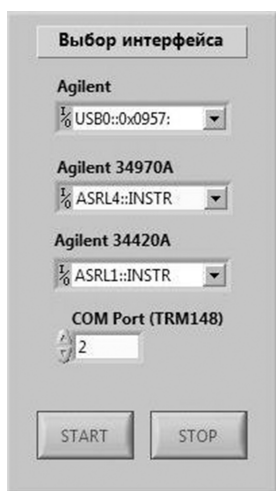


Рис. 6.10. Окно выбора интерфейса

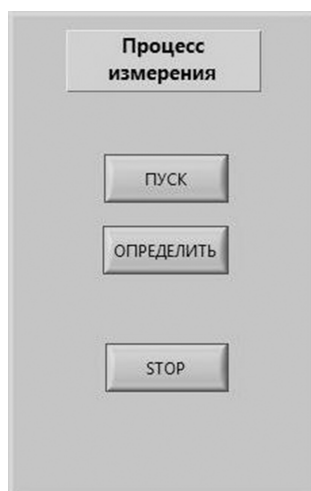


Рис. 6.11. Окно пуска процесса измерений

9. По достижении стационарной разности температур нажать клавишу «Определить». Программа автоматически произведет измерения напряжений на токовых (поле  $U_0$  на рис. 6.9, значение в микровольтах) и потенциальных (поле  $U_z$  на рис. 6.9, значение в микровольтах) контактах при наличии тока, а также разности температур (поле  $T_1-T_2$  на рис. 6.9, в градусах Цельсия), после чего отключит ток, вновь произведет измерения этих напряжений на токовых и потенциальных контактах (поля  $U_\alpha$  и  $U_{z\alpha}$  на рис. 6.9, значения в микровольтах).

10. Используя определенные программой значения напряжений и температур, а также величину силы тока через образец и его геометрические размеры, рассчитать параметры, определяющие его термоэлектрическую эффективность (добротность, коэффициент термоЭДС, коэффициент теплопроводности, удельную электропроводность).

11. Повторить п. 8–10 при другом направлении тока через образец, для чего поменять местами провода, подключенные к источнику питания Agilent U3606A.

**ВНИМАНИЕ! Категорически запрещается выполнять данную операцию при высвечивающейся на панели прибора надписи «OUT»!**

Для определения указанных параметров при повышенной температуре необходимо провести следующие операции на панели управления ПО АИК-в.4.0.

1. На экране компьютера в окне «Установка температуры образца» (рис. 6.12) ввести желаемую температуру, при которой необходимо определить термоэлектрические характеристики тестируемого образца.

2. Запустить автоматический процесс разогрева камеры, нажав кнопку «Установить» (рис. 6.12). При этом программа подберет значение мощности нагревателя, необходимое для достижения данной температуры.

3. После достижения установленной температуры программа в автоматическом режиме запускает измерение разности температур на концах образца и выводит результаты на экран монитора.

Рис. 6.12. Окно ввода температуры образца

### **Завершение работы на АИК**

После завершения процесса измерения на АИК необходимо выполнить следующие действия:

1. Закрыть вакуумный вентиль.
2. Отключить блок вакуумирования.
3. Закрыть ПО АИК-v.4.0.
4. Выключить компьютер.
5. Выключить измерительные приборы: нановольтметр Agilent 34420A, мультиметры Agilent 34970A и Agilent U3606A, терморегулятор ТРМ 148.
6. Выключить главный выключатель.

### **ВНИМАНИЕ! При проведении работ на АИК запрещается:**

1. Открывать крышку вакуумной камеры в процессе измерений.
2. Нагревать вакуумную камеру блока измерений выше 500 °С.
3. Осуществлять нагрев камеры при нарушении вакуума.
4. Осуществлять нагрев камеры в случае выхода из строя вакуумметра.
5. Разгерметизировать вакуумную камеру блока измерений при температуре внутри камеры выше 200 °С.
6. Разъединять либо соединять измерительные приборы с компьютером при включенном состоянии приборов либо компьютера.

### **Порядок выполнения работы, задания**

1. Ознакомиться с описанием лабораторной установки и руководством по ее эксплуатации.
2. Включить приборы, дать им прогреться.
3. Под руководством преподавателя разместить исследуемый образец термоэлектрического материала в измерительной ячейке, после чего провести ее вакуумирование.
4. Установить величину постоянного тока через образец на уровне 100–200 мА (слишком малый ток не позволит получить достаточный перепад температур на образце, слишком большой – вызовет разогрев образца вследствие выделения джоулева тепла).
5. Провести измерения по методу Хармана при комнатной температуре, полученные результаты сохранить.
6. Изменить направление тока через образец, после чего повторить п. 5.
7. Сравнить значения стационарной разности температур, возникающей вследствие эффекта Пельтье, для двух направлений тока оди-



наковой величины. Существенное расхождение этих двух значений указывает на различие сопротивлений двух торцевых контактов, приводящее к различию величины джоулева тепла. В этом случае необходимо извлечь образец из установки и повторно сформировать токовые (торцевые) контакты.

8. Повторить измерения при повышенных температурах.

9. Получить температурные зависимости термоэлектрической добротности, коэффициента термоЭДС удельной электропроводности, коэффициента теплопроводности.

10. Проанализировать источники погрешности и оценить погрешность измерений.

11. Интерпретировать полученные результаты.

### Список литературы

*Голдсмит, Х. Дж.* Эксперименты по непосредственному измерению термоэлектрической добротности / Х. Дж. Голдсмит // Термоэлектричество. 2006. № 1. С. 5–15.

*Дмитриев, А. В.* Современные тенденции развития физики термоэлектрических материалов / А. В. Дмитриев, И. П. Звягин // Успехи физических наук. 2010. Т. 180, № 8. С. 821–838.

Методы измерения характеристик термоэлектрических материалов и преобразователей / А. С. Охотин [и др.]. М., 1974.

Thermoelectrics handbook: macro to nano / ed. by D.M. Rowe // Boca Raton. London ; New York., 2006.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

---

### *Приложение А*

#### **Радиационные свойства поверхностей**

Материал	Температура, °С	Коэффициент излучения
Кирпич красный	25–300	0,9
Фарфор глазурованный	20	0,9–0,92
Штукатурка известковая	20–100	0,9
Гипс	20	0,9
Асбест	20–300	0,9–0,95
Дерево	20–70	0,8–0,9
Бумага тонкая	20–100	0,9
Стекло	20–100	0,9–0,92
Кварц плавленный шероховатый	20	0,932
Алюминий шероховатый	26	0,055
Сталь окисленная гладкая	25–525	0,78–0,92
Сталь окисленная оцинкованная	25	0,25–0,30
Железо, обработанное наждаком	20	0,242
Железо окисленное	100	0,736
Сталь листовая с плотным блестящим слоем окиси	25	0,82
Резиновая лощеная плитка	23	0,945
Вода	0–100	0,95–0,963

Физические свойства сухого воздуха при  $p = 1,013 \cdot 10^5$  Па

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$c_p, \text{кДж/(кг} \cdot \text{K)}$	$\lambda \cdot 10^{-2}, \text{Вт/(м} \cdot \text{K)}$	$\alpha \cdot 10^{-6}, \text{м}^2/\text{с}$	$\mu \cdot 10^{-6}, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\nu \cdot 10^{-6}, \text{м}^2/\text{с}$
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,2	13,28
10	1,247	1,005	2,51	20,0	17,6	14,16
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,1	15,06
30	1,165	1,005	2,67	22,9	18,6	16,00
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,1	16,96
50	1,093	1,005	2,83	25,7	19,6	17,95
60	1,060	1,005	2,90	27,2	20,1	18,97
70	1,029	1,009	2,96	28,6	20,6	20,02
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,1	21,09
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,5	22,10
100	0,946	1,009	3,21	33,6	21,9	23,13
120	0,898	1,009	3,34	36,8	22,8	25,45
140	0,854	1,013	3,49	40,3	23,7	27,80
160	0,815	1,017	3,64	43,9	24,5	30,09
180	0,779	1,022	3,78	47,5	25,3	32,49
200	0,746	1,026	3,93	51,4	26,0	34,85
250	0,674	1,038	4,27	61,0	27,4	40,61
300	0,615	1,047	4,60	71,6	29,7	48,33

Значения функции  $\text{ierfc } X = N$ 

$X$	$N$	$X$	$N$	$X$	$N$
0	0,5642	0,04	0,5251	0,08	0,4878
0,01	0,5542	0,05	0,5156	0,09	0,4787
0,02	0,5444	0,06	0,5062	0,10	0,4698
0,03	0,5350	0,07	0,4969	0,11	0,4610

$X$	$N$	$X$	$N$	$X$	$N$
0,12	0,4523	0,37	0,2722	0,74	0,1077
0,13	0,4437	0,38	0,2637	0,76	0,1020
0,14	0,4352	0,39	0,2579	0,78	0,0965
0,15	0,4268	0,40	0,2521	0,80	0,0912
0,16	0,4186	0,41	0,2465	0,82	0,0861
0,17	0,4104	0,42	0,2409	0,84	0,0813
0,18	0,4024	0,43	0,2354	0,86	0,0767
0,19	0,3944	0,44	0,2300	0,88	0,0724
0,20	0,3866	0,45	0,2247	0,90	0,0682
0,21	0,3789	0,46	0,2195	0,92	0,0645
0,22	0,3713	0,47	0,2144	0,94	0,0605
0,23	0,3638	0,48	0,2094	0,96	0,0569
0,24	0,3564	0,49	0,2045	0,98	0,0535
0,25	0,3491	0,50	0,1996	1,00	0,0503
0,26	0,3419	0,52	0,1902	1,10	0,0365
0,27	0,3348	0,54	0,1811	1,20	0,0260
0,28	0,3278	0,56	0,1724	1,30	0,0183
0,29	0,3210	0,58	0,1640	1,40	0,0127
0,30	0,3142	0,60	0,1559	1,50	0,0086
0,31	0,3075	0,62	0,1482	1,60	0,0058
0,32	0,3010	0,64	0,1407	1,70	0,0038
0,33	0,2945	0,66	0,1335	1,80	0,0025
0,34	0,2882	0,68	0,1267	1,90	0,0016
0,35	0,2819	0,70	0,1201	2,00	0,0010
0,36	0,2758	0,72	0,1138		

Значения функций  $\Phi_0$ ,  $\Phi_\lambda$ ,  $\Phi_a$ ,  $\Phi'_\lambda$ 

$\Phi_0$	$\Phi_\lambda$	$\Phi_a$	$\Phi'_\lambda$	$\Phi_0$	$\Phi_\lambda$	$\Phi_a$	$\Phi'_\lambda$	$\Phi_0$	$\Phi_\lambda$	$\Phi_a$	$\Phi'_\lambda$
0,01	0,0037	0,0100	0,0012	0,31	0,1373	0,3753	0,0453	0,61	0,3588	1,0133	0,1201
0,02	0,0074	0,0202	0,0025	0,32	0,1427	0,3905	0,0471	0,62	0,3694	1,0455	0,1238
0,03	0,0113	0,0305	0,0037	0,33	0,1483	0,4059	0,0489	0,63	0,3803	1,0789	0,1276
0,04	0,0150	0,0408	0,0049	0,34	0,1540	0,4215	0,0508	0,64	0,3915	1,1137	0,1316
0,05	0,0188	0,0513	0,0062	0,35	0,1597	0,4375	0,0527	0,65	0,4033	1,1499	0,1357
0,06	0,0228	0,0619	0,0075	0,36	0,1655	0,4537	0,0546	0,66	0,4153	1,1876	0,1399
0,07	0,0267	0,0727	0,0088	0,37	0,1714	0,4703	0,0566	0,67	0,4279	1,2270	0,1444
0,08	0,0307	0,0834	0,0101	0,38	0,1776	0,4872	0,0586	0,68	0,4408	1,2682	0,1489
0,09	0,0347	0,0944	0,0115	0,39	0,1837	0,5044	0,0601	0,69	0,4544	1,3113	0,1537
0,10	0,0389	0,1055	0,0128	0,40	0,1800	0,5220	0,0628	0,70	0,4683	1,3566	0,1588
0,11	0,0429	0,1167	0,0141	0,41	0,1964	0,5400	0,0649	0,71	0,4829	1,4042	0,1640
0,12	0,0471	0,1280	0,0155	0,42	0,2028	0,5583	0,0671	0,72	0,4982	1,4544	0,1696
0,13	0,0513	0,1395	0,016	0,43	0,2095	0,5771	0,0693	0,73	0,5139	1,5074	0,1752
0,14	0,0566	0,1511	0,0183	0,44	0,2163	0,5962	0,0716	0,74	0,5306	1,5635	0,1813
0,15	0,0599	0,1629	0,0197	0,45	0,2233	0,6159	0,0739	0,75	0,5483	1,6230	0,1878
0,16	0,0642	0,1748	0,0211	0,46	0,2302	0,6359	0,0763	0,76	0,5664	1,6864	0,1945
0,17	0,0687	0,1869	0,0226	0,47	0,2374	0,6565	0,0787	0,77	0,5858	1,7540	0,2018
0,18	0,0732	0,1991	0,0241	0,48	0,2449	0,6776	0,0813	0,78	0,6060	1,8264	0,2094
0,19	0,0777	0,2115	0,0256	0,49	0,2523	0,6992	0,0837	0,79	0,6276	1,9043	0,2176
0,20	0,0822	0,2241	0,0271	0,50	0,2601	0,7213	0,0864	0,80	0,6503	1,9883	0,2262
0,21	0,0869	0,2368	0,0286	0,51	0,2678	0,7441	0,0890	0,81	0,6746	2,0793	0,2355
0,22	0,0916	0,2497	0,0302	0,52	0,2760	0,7676	0,0917	0,82	0,0702	2,1784	0,2455
0,23	0,0946	0,2497	0,0318	0,53	0,2842	0,7916	0,0945	0,83	0,7283	2,2869	0,2564
0,24	0,1013	0,2762	0,0334	0,54	0,2927	0,8163	0,0974	0,84	0,7580	2,4064	0,2812
0,25	0,1062	0,2897	0,0350	0,55	0,3014	0,8418	0,1004	0,85	0,7902	2,5389	0,2863
0,26	0,1112	0,3034	0,0366	0,56	0,3102	0,8681	0,1035	0,86	0,8249	2,6870	0,2955
0,27	0,1163	0,3173	0,0383	0,57	0,3195	0,8953	0,1066	0,87	0,8632	2,8538	0,3113
0,28	0,1214	0,3315	0,0400	0,58	0,3290	0,9233	0,1098	0,88	0,9044	3,0436	0,3289
0,29	0,1266	0,3459	0,0417	0,59	0,3385	0,9523	0,1131	0,89	0,9508	3,2624	0,3490
0,30	0,1319	0,3605	0,0435	0,60	0,3486	0,9822	0,1166	0,90	1,0020	3,5178	0,3714

## СОДЕРЖАНИЕ

---

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>1. КОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ .....</b>	<b>5</b>
1.1. Изучение термометров сопротивления .....	12
<b>2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ.....</b>	<b>16</b>
2.1. Аналитические основы методов определения теплофизических свойств .....	16
2.2. Теоретические основы экспериментальных методов определения ТФС при реализации граничных условий 1 и 2 рода.....	19
2.2.1. Теоретические основы метода регулярного режима.....	19
2.2.2. Теоретические основы нестационарных методов.....	22
2.2.3. Теоретические основы импульсных методов определения теплофизических свойств материалов .....	26
2.3. Методы определения теплофизических характеристик при задании граничных условий первого рода .....	31
2.3.1. Нестационарный метод определения коэффициента температуропроводности .....	31
2.3.2. Определение коэффициента температуропроводности в регулярном режиме .....	32
2.3.3. Определение коэффициента теплопроводности сравнительным методом в стационарном режиме.....	32
2.4. Экспериментальные методы определения коэффициента теплопроводности жидких сред методом зонда.....	43
2.5. Определение коэффициента температуропроводности методом температурных волн .....	47
<b>3. ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ .....</b>	<b>51</b>
3.1. Измерение температуры с помощью оптического пирометра.....	51
3.2. Применение инфракрасного пирометра в теплофизических исследованиях .....	64

<b>4. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОМЕЩЕНИЯХ .....</b>	<b>86</b>
4.1. Исследование процессов теплопередачи через ограждающие конструкции .....	86
4.2. Исследование процессов тепло- и массообмена в замкнутых объемах.....	98
<b>5. ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ЖИДКОСТЯХ .....</b>	<b>110</b>
5.1. Методы определения коэффициента вязкости жидкостей .....	110
5.2. Определение коэффициента диффузии жидкостей теневым методом .....	123
<b>6. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ХАРМАНА .....</b>	<b>130</b>
6.1. Физические основы термоэлектрического преобразования энергии .....	130
6.2. Достигнутый уровень термоэлектрической добротности .....	133
6.3. Методы повышения термоэлектрической добротности ТЭМ.....	136
6.4. Методы исследования термоэлектрических материалов.....	143
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ.....</b>	<b>154</b>
<i>Приложение А. Радиационные свойства поверхностей .....</i>	<i>154</i>
<i>Приложение Б. Физические свойства сухого воздуха при <math>p = 1,013 \cdot 10^5</math> Па.....</i>	<i>155</i>
<i>Приложение В. Значения функции <math>\operatorname{ierfc} X = N</math>.....</i>	<i>155</i>
<i>Приложение Г. Значения функций <math>\Phi_0, \Phi_\lambda, \Phi_a, \Phi'_\lambda</math>.....</i>	<i>157</i>

Учебное издание

**Карбалевиц** Нина Александровна  
**Волохов** Георгий Михайлович  
**Мазаник** Александр Васильевич и др.

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ОСНОВАМ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА**

**Пособие**

Редактор *Н. Ф. Акулич*  
Художник обложки *Т. Ю. Таран*  
Технический редактор *Т. К. Раманович*  
Компьютерная верстка *С. Н. Егоровой*  
Корректоры *В. А. Шпигель, Е. И. Кожушко*

Подписано в печать 26.09.2014. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,3.  
Уч.-изд. л. 10,5. Тираж 100 экз. Заказ 686.

Белорусский государственный университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/270 от 03.04.2014.  
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.

Республиканское унитарное предприятие  
«Издательский центр Белорусского государственного университета».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 2/63 от 19.03.2014.  
Ул. Красноармейская, 6, 220030, Минск.